MALYNÁR

Číslo 2 • november 2006 **zimná časť 16. ročníka**

http://malynar.strom.sk

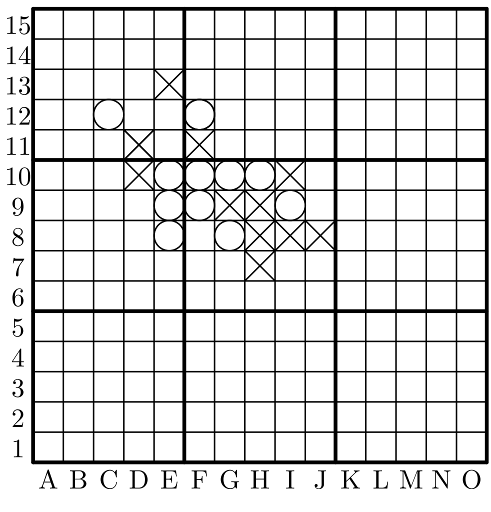
Čav Malynárčatá!

Škola a učenie je už v plnom prúde, a preto sa mnohí isto túžite odreagovať od všetkého toho počítania. A presne pre vás je tu nové číslo Malynára! ;o) Okrem iného sa v ňom konečne dozviete, kam zmizol mäkučký hebučký rozkošnučký zajko a aké nebezpečné matematické aj nematematické nástrahy musel prekonať. Tak deti, mrkvičku do ľavej ruky, pero do pravej (ľaváci naopak ;o)) a hop-hop do počitania! Váš oddaný Ujo

Malynár

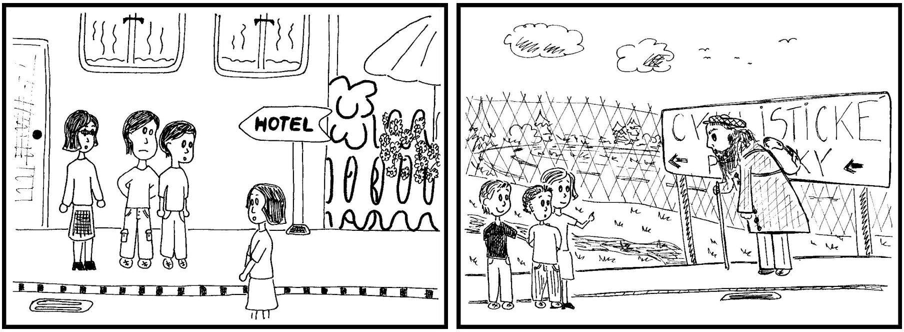
Piškvôrky

Ahoj!
Poslali ste nám skutočne ohromné množstvo návrhov na rôzne ťahy. Nápady ste mali takticky veľmi pestré a nápadité. Obsadiť však môžete len jedno políčko. Väčšina rozhodla, získavate pole **F11**. My si vezmeme **E8**. Čo teraz? To je na vás. Návrhy nám pošlite s riešeniami aktuálnej série na osobitnom papieri. Už sa tešíme na nové kreatívne nápady.



Zadania úloh 2. série zimnej časti

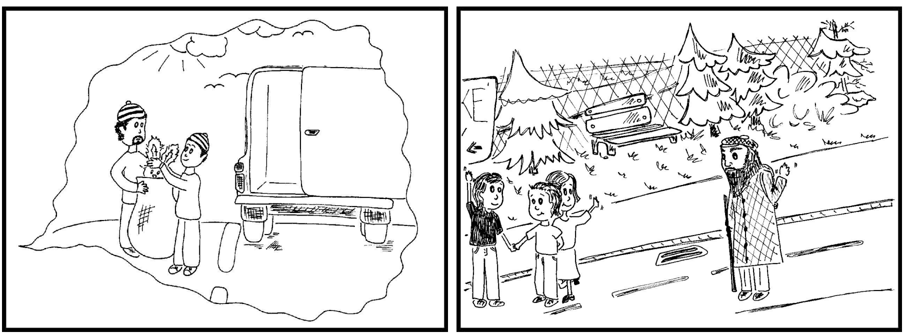
Termín odoslania: **4. december 2006**



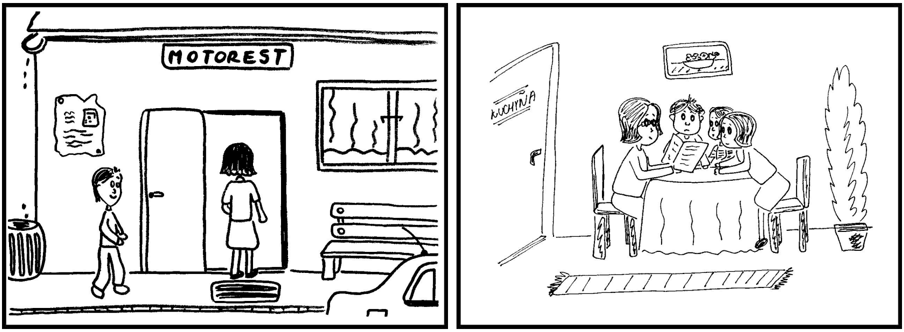
Katka: „Kto si spomína, kde sme zajka videli naposledy?“
Rado: „Ja som ho videl, keď sme šli pretekať!“
Jožko: „Keď mi mamka kupovala balóny, už s nami nebol.“
Katka: „Tak sa vrátime na festival a pôjdeme k pretekárskej dráhe.“
Deti dobehli k starej známej tabuli, no na festivale už nebolo nikoho okrem nejakého starčeka. Deti sa ho spýtali, či nevidel malého zajka. Starček odpovedal: „Videu som ja, videu, aj vám poviem, kde som ho videu, ak mi vy pomôžte. Som starý bača a zabudou som, koľko oviec ja vlastne mám…“

__Úloha č. 1:__

Bača si spomenul len na to, že ak by svoje ovce rozdelil do dvojíc, jedna by mu zvýšila. Ak by ich rozdelil do trojíc, takisto by mu jedna zvýšila. Ak by ich rozdelil do pätíc, tiež by mu zvýšila jedna ovca a ak by ich rozdelil do šestíc, stále by mal jednu ovcu nazvyš. Ak by ich však rozdelil po siedmich, neostala by mu ani jedna ovca nazvyš. Koľko najmenej oviec má bača?



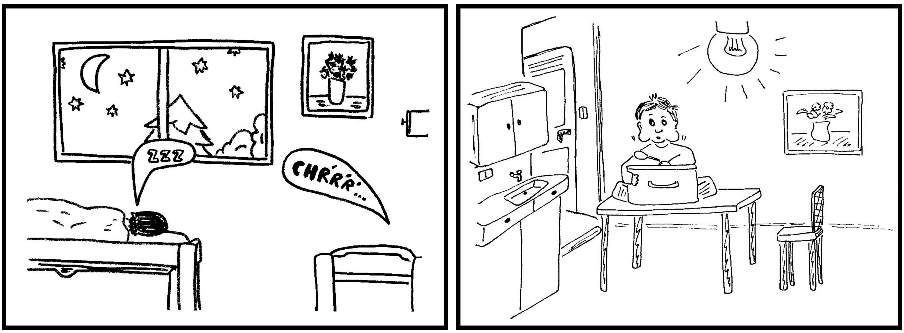
Deti zistili, koľko má bača oviec, a starček im povedal, čo videl: „Spomínam si na Veberovho muža, ktorý tu chytiu nejakého zajka, napchau ho do vreca a odviezou ho v dodávke. Veber je hlava tunajšej mafie, svojich mužov má všade, spoznáte ich podľa čiernobielej pásikavej čiapky. Býva za mestom vo veľkej vile, stadiaľto sú to peši tak tri hodiny, choďte týmto smerom.“ Deti sa poďakovali a už utekali, aby boli vo vile čo najskôr.



Dlhý deň deti unavil, po dvoch hodinách rezkej chôdze im aj riadne vytrávilo. Našťastie o chvíľu úplnou náhodou prišli pred motorest. Neváhali a rozhodli sa minúť niečo z ťažko našetreného vreckového na chutné jedlo. Marika bola veľmi hladná, nevedela si však vybrať z toľkých jedál.

<u>**Úloha č. 2:**</u>

Vmotoreste ponúkali dva druhy polievok (kuraciu a zeleninovú), tri druhy hlavného jedla (vyprážaný syr, kuracie mäso na smotane a bravčový rezeň), dva druhy nápojov (džús a minerálku) a tri druhy zákuskov (ovocný, čokoládový a orechový). Koľko rôznych kombinácií jedál si môže Marika vybrať, ak chce jednu polievku, jedno hlavné jedlo, jeden nápoj a jeden zákusok?

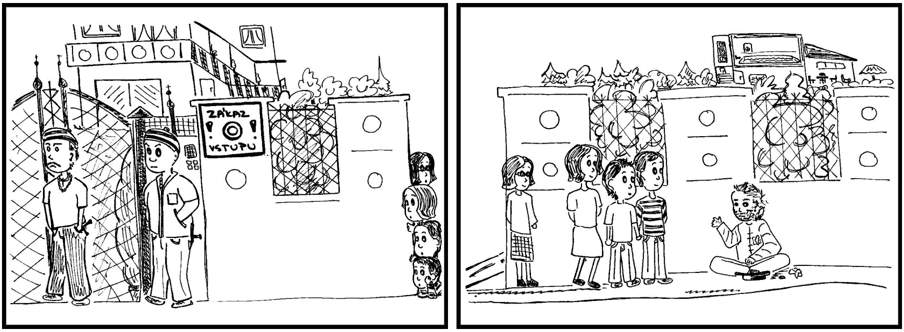


Kým sa deti najedli, vonku sa už zotmelo. Zavolali rodičom, aby sa o nich nebáli a uložili sa v motoreste na noc. Hostinský im do izby doniesol hrniec zemiakov, ak by boli ešte hladní. No deti medzitým pospali, tak ho nechal v izbe na stole.

<u>**Úloha č. 3:**</u>

V noci sa Jožko zobudil a zbadal hrniec zemiakov. Celú porciu rozdelil na dve rovnaké časti (aby bolo v každej rovnako veľa zemiakov)

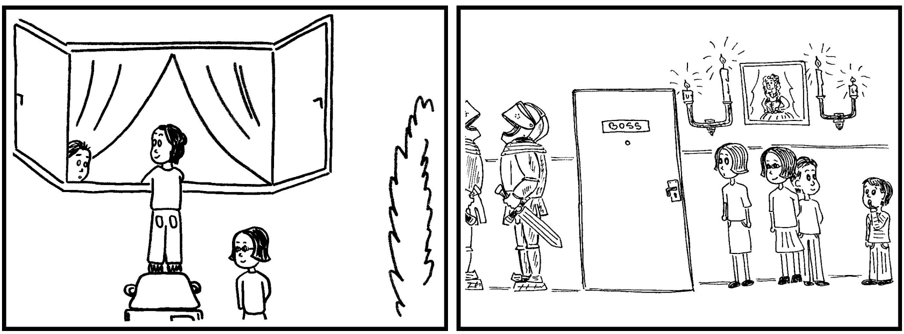
a z jednej časti polovicu zjedol. Potom šiel zase spať. O chvíľu sa zobudila Katka a aby boli zemiaky chutnejšie, pomiešala ich dokopy. Celú dávku, ktorá ostala, rozdelila aj ona na dve rovnaké časti a polovicu z jednej zjedla. To isté potom urobil aj Rado. Posledná sa zobudila Marika a zjedla všetkých 27 zemiakov, čo ostalo v hrnci. Koľko zemiakov bolo pôvodne v hrnci? Ktoré z detí zjedlo najviac zemiakov?



Nad druhý deň ráno prišli deti konečne k Veberovej vile. Tá ale bola strážená niekoľkými mužmi.
Rado: „Hmm, dnu sa asi nedostaneme. Videli by nás…“
Katka: „A čo teraz? Nemôžeme tam zajka nechať!“
Ich rozhovor počul tulák, ktorý sedel neďaleko na zemi. „Chcete sa dostať dnu? Môžem vám pomôcť. Žijem tu na ulici už dlho, viem, ako to tu chodí…“

<u>**Úloha č. 4:**</u>

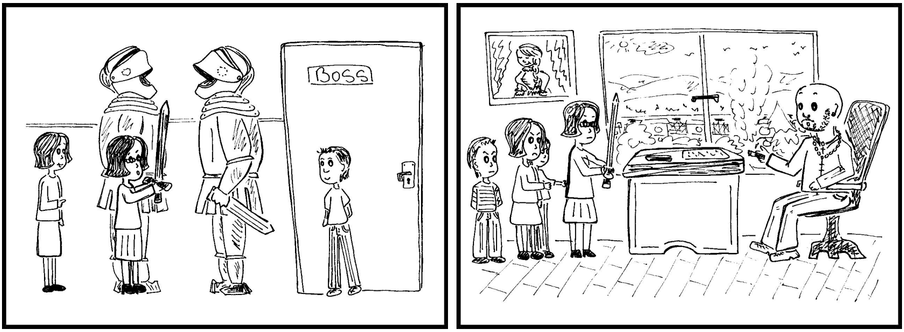
Stráže pred bránou sa pravidelne menia každé tri hodiny, stará stráž odchádza cez bránu do dvora a nová o chvíľu prichádza pred bránu. Medzitým je brána chvíľu otvorená a nikto ju nestráži, deti by sa stihli prešmyknúť. Predposledná výmena stráží bola pred päťkrát takým dlhým časom, aký ešte chýba do najbližšej výmeny. O koľko minút bude najbližšia výmena stráží?



Deckám sa podarilo prejsť cez bránu počas výmeny stráží, dokonca našli otvorené okno a dostali sa do vily. Po chvíľke blúdenia chodbami našli Veberovu pracovňu, no Jožka zaujali staré svietniky so sviečkami na stene chodby.

Úloha č. 5:

Jožko si všimol, že na chodbe je na stene 7 rovnakých svietnikov. V každom svietniku sú dve sviečky, modrá a červená. Okrem týchto svietnikov je pri dverách ešte jedna červená sviečka. Sviečky vrhajú na steny tiene v tvare obdĺžnikov. Tieň každej modrej sviečky má strany dlhé 2 cm a 7 cm, tieň každej červenej má strany dlhé 4 cm a 3 cm. Tiene ktorých sviečok zatieňujú väčšiu časť steny, modrých alebo červených?



Rado: „Nevieme, čo je ten Veber zač, zoberme si pre istotu aspoň tento meč.“ Tak deti spoločnými silami okradli starodávne brnenie o zbraň a vtrhli do pracovne, kde našli prekvapeného mafiánskeho bossa.

Marika: „Kde je zajko? Okamžite nám povedzte pravdu, vieme, že ho máte!“

Veber: „Nebudem zapierať, keď ste tak nebezpečne ozbrojení… Dostal som tip na zajaca, ktorý vraj vie rozprávať. Viete, koľko peňazí sa dá na takom niečom zarobiť? Prikázal som svojim mužom, aby ho chytili a doniesli mi ho. Ale ten zajac vôbec nerozpráva. Som ochotný vám ho dať, ak vravíte, že je váš, ale musíte najprv vyriešiť hlavolam. Inak budem mať dnes na obed čerstvú zajačinu.“

Úloha č. 6:

Veber dal doniesť tri rovnaké škatule. Na jednej bol vrchnák s nápisom JABLKO-HRUŠKA, na druhej JABLKO-JABLKO a na tretej HRUŠKA-HRUŠKA. Potom povedal: „V škatuliach sú jablká a hrušky, tak ako to vidíte na vrchnákoch, teda v jednej sú dve jablká, v ďalšej dve hrušky a v poslednej jedna hruška a jedno jablko. Vrchnáky som vymenil tak, že ani jeden nie je na správnej škatuli. Môžete vytiahnuť jeden kus ovocia z ktorejkoľvek škatule (no iba z jednej). Do škatule sa pritom nesmiete pozrieť. Potom mi musíte povedať, v ktorej škatuli je aké ovocie.“ Z ktorej škatule majú deti vytiahnuť ovocie a ako im to pomôže, aby určili, kde je aké ovocie?

Pomôžete deťom zachrániť zajka?

malynar@strom.sk

Vzorové riešenia úloh 1. série zimnej časti

Úloha č. 1:

opravovali Maja „Černica“ Černicová & Vlado „Droopy“ Novák

všetci päťbodoví riešitelia…

Zadanie: V pokladni je 27 stokorunáčiek, 38 desaťkorunových a 48 korunových mincí. Ako má teta zmeniť peniaze, aby bolo v pokladni čo najmenej mincí? Použiť môže iba mince a bankovky spomenutých hodnôt. Vysvetlite jej podrobne ako to má spraviť, aby nabudúce vedela peniažky zmeniť aj sama.

Riešenie: V pokladni máme 27 stoviek, 38 desiatok a 48 korún. Teta ich chce zmeniť tak, aby jej zostalo čo najmenej mincí. Stovky sú bankovky, desiatky a koruny sú mince. Preto sa teta bude snažiť, aby mala čo najmenej desiatok a korún, a čo najviac stovák. Najskôr si zráta, koľko peniažkov v pokladni vlastne má. To je spolu $27 \cdot 100 + 38 \cdot 10 + 48 \cdot 1 = 3128$ Sk. Číslo 27 sme násobili 100, pretože je to počet stoviek, 38 zase 10 lebo je to počet desiatok a 48 jednotkou lebo sú to koruny. Aby sa nám jednoduchšie počítalo, zmeníme si všetky peniažky na koruny. Teda máme 3128 korunových mincí. Keďže chceme zistiť, aký je najväčší možný počet stoviek, musíme celú sumu v pokladni vydeliť stomi. Dostaneme $3128 : 100 = 31$ a zvyšok 28. To znamená, že našich 3128 korunáčiek vieme zameniť za 31 stokorún a v pokladni nám ostane 28 korunových mincí. No my vieme, že každých desať korunových mincí môžeme vymeniť za jednu desaťkorunovú a zrazu máme namiesto desiatich mincí iba jednu. Takéto vymieňanie je pre nás veľmi výhodne (ušetrí nám deväť mincí). Preto sa nám korunačky oplatí takto vymieňať, až kým ich ostane menej ako desať. Vtedy ich už za desaťkoruny nebudeme môcť vymeniť. Korunových mincí máme 28. Ako zistíme, za koľko desaťkorunových mincí ich vieme zameniť? Vydelíme $28 : 10 = 2$ a zvyšok 8. To znamená, že dvadsať korunových mincí zameníme za dve desaťkorunové a ostane nám ešte 8 korunových mincí. Tie už nijak zameniť nevieme.

Odpoveď: Teta má zmeniť peniaze tak, aby jej v pokladni ostalo 31 stokorunáčiek, 2 desiatky a 8 korunových mincí. Spolu jej zostane v pokladni 10 mincí.

Komentár: Väčšinou ste túto úlohu riešili správne, ale niekoľko chýb sa v riešeniach stále opakovalo. Dôležité bolo pozorne si prečítať zadanie a uvedomiť si, že môžeme používať len tri typy peňazí: stovky, desiatky a koruny. Okrem nich už žiadne iné. Mnohí ste zamieňali peniaze na tisícky, dvadsiatky, päťkorunové mince. No tie ste nemohli použiť, pretože ich teta nemala. Najčastejšie ste strácali body za to, že ste nenapísali, ako ste postupovali pri riešení úlohy. Ak ste napísali len výsledok, alebo iba výpočty, bez akéhokoľvek slovného vysvetlenia, pochopiteľne muselo ísť pár bodíkov dole. Preto do budúcnosti si nezabudnite najprv poriadne prečítať zadanie a potom napísať podrobný postup vašeho riešenia.

Úloha č. 2:

opravovali Katka Potpinková & Tomáš Kocák

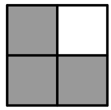
Žanetka Semanišinová

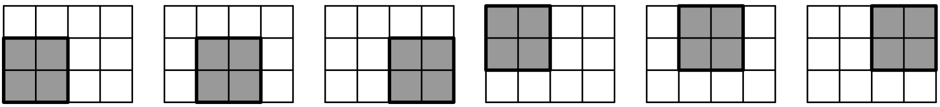
Zadanie: Zajko v kufri našiel štvorčekový papier a na ňom zakreslenú námornú bitku. Súperovi ostala jediná loď z troch štvorčekov. Mohla byť nakreslená na papieri už len na obdĺžniku veľkom 3×4 štvorčeky. Koľko je spôsobov ako ju tam uložiť, keď môže byť ľubovoľne otočená?

Riešenie:

Pozrime sa na to, ako sa dá loďka uložiť do štvorca ktorý sa skladá zo štyroch malých štvorčekov. Ak ju dáme do štvorca, aký je na obrázku 1, môžeme ho otočiť napríklad v smere hodinových ručičiek a dostaneme ďalšiu polohu. Ak takto budeme pokračovať, zistíme, že po štyroch otočeniach sme dostali polohu, ktorú sme mali na začiatku. Ak by sme skúšali otáčať loďku na obrázku 1 do druhej strany, našli by sme lodičky uložené rovnako ako tie, ktoré sme dostali prvým spôsobom, akurát v opačnom poradí (skúste si to overiť). Keďže vieme, že vo štvorci 2×2 sa dá nakresliť lodička štyrmi spôsobmi, pozrime sa, koľko štvorcov 2×2 je na plániku 3×4. Takýchto štvorcov 2×2 je na plániku šesť, ako si môžete všimnúť na obrázku 2:

obr.1





Takže máme 6 štvorcov 2×2 a v každom štvorci môžeme uložiť loďku na 4 miesta. To je $6 \cdot 4 = 24$ rôznych polôh loďky.

Komentár: Väčšinou ste na správny výsledok prišli. Nie všetci ale napísali aj to, ako ten výsledok dostali. To bola najčastejšia chyba, ktorej ste sa dopúštali. Napísať dôvod, prečo kreslíte obrázky tak, ako kreslíte, alebo násobite to, čo násobite, je veľmi dôležité. Bez vášho postupu nemôžeme vedieť, ako ste počítali a či ste výsledok nedostali použitím zlého postupu.

Úloha č. 3:

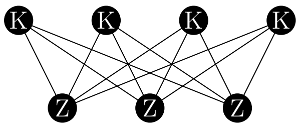
opravovali Tomáš Kocák & Katka Potpinková

Deniska Semanišinová

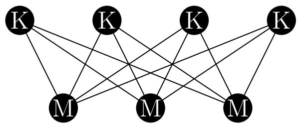
Zadanie: Na dovolenke sa zišli tri rodiny: Králikovci (prišli štyria), Zajkovci a Mrkvičkovci (z každej z týchto rodín prišli traja). Každý si podal ruku s každým okrem členov vlastnej rodiny. Zajko napočítal 38 podaní rúk. Nepomýlil sa? Prečo si to myslíte?

Riešenie: Ak by sa stretli všetky tri rodiny naraz a začali by si podávať ruky, určite by sme nestíhali počítať podania rúk a bolo by to strašne neprehľadné. Takže skúsme, ako by to vyzeralo, ak by sa stretli len dve rodiny. Napríklad Králikovci a Zajkovci. Králikovci boli štyria a Zajkovci traja. Podávanie by vyzeralo ako na obrázku 1. Môžeme spočítať podania rúk na obrázku (12), alebo môžeme skúsiť vypočítať, koľkokrát si ruku podali. Jeden Zajko podá ruku štyrom Králikovcom. Zajkovci sú traja, teda podaní rúk bolo $3 \cdot 4 = 12$. Rovnako postupujeme, ak by sa stretli Králikovci a Mrkvičkovci. Tieto dve rodiny sú na obrázku 2. Mrkvičkovcov je rovnako veľa ako Zajkovcov, a tak si s Králikovcami podajú ruku toľkokrát, koľkokrát si ruku podali Králikovci a Zajkovci. Teda 12 krát. Ak by sa však stretli Zajkovci a Mrkvičkovci, nebolo by to už 12 podaní rúk. Bolo by to ako na obrázku 3. Takže jeden Zajko môže podať ruku trom Mrkvičkovcom. Zajkovci sú traja, teda podaní rúk bude $3 \cdot 3 = 9$. Keď si podávali jednotlivé rodiny ruky, Zajko mal napočítať $12 + 12 + 9 = 33$ podaní rúk. Keďže Zajko napočítal 38 podaní, musel sa niekde pomýliť.

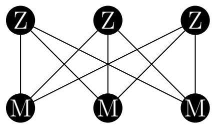
obr.1



obr.2



obr.3



Komentár: Ďalší pekný príklad, v ktorom ste získali veľké množstvo bodov. Najčastejšia chyba bola, že pri počítaní podaní rúk ste niektoré podania započítali dvakrát a niekedy ani raz.

Úloha č. 4:

opravoval Rišo Dubiel

Patrik Turzák, Šimon Kucer, Katarína Krajčiová

Zadanie: Na súťaži dostane každý súťažiaci sadu závaží, ktorá má päť kusov. Každé závažie má hmotnosť v celých kilogramoch (závažie nemôže mať napríklad tri a pol kilogramu). Sada závaží je navrhnutá tak, aby sa dal odvážiť predmet čo najväčšej hmotnosti. Navyše sa musia dať odvážiť aj všetky predmety (s hmotnosťou v celých kilogramoch), ktoré majú menšiu hmotnosť než ten najťažší. Pri vážení postupujeme tak, že predmet, ktorý vážime, dáme na jednu stranu váh a závažia len na druhú. Koľko podľa vás vážili jednotlivé závažia? Ako by ste presvedčili zajka, že máte pravdu?

Riešenie: Zadanie hovorí, že sa musia dať odvážiť všetky predmety, ľahšie ako najťažší predmet, ktorý sa pomocou závaží dá odvážiť (s hmotnosťou v celých kilách). Hmotnosť najťažšieho predmetu, ktorý sa pomocou závaží dá odvážiť, sa rovná súčtu hmotností všetkých piatich závaží. Každé zo závaží musí mať hmotnosť aspoň 1 kg (lebo hmotnosť závaží je v celých kg), preto najväčšia hmotnosť, ktorú vieme odvážiť, je aspoň 5 kg, čiže musíme vedieť odvážiť aj predmety s hmotnosťou 1, 2, 3 a 4 kilogramy. Aby sme odvážili 1 kg, musíme mať jednokilogramové závažie. Fajn, 1 kg navážime. Ale čo ak chceme navážiť 2 kg? S jednokilovým závážím 2 kg neodvážime. Máme dve možnosti:

a) pridáme druhé jednokilové závažie,

b) pridáme dvojkilové závažie.

Je dôležité uvedomiť si, že pri možnosti a) vieme navážiť len 1 kg a 2 kg (ako 1 + 1 kg), zatiaľ čo pri možnosti b) vieme so závažiami navážiť 1 kg, 2 kg a aj

3 kg (ako 2 + 1 kg). Možnosť b) je teda určite výhodnejšia. A teraz to trochu zovšeobecníme. Ak máme 2 závažia s rovnakými hmotnosťami, odvážime nimi len predmet, ktorý má hmotnosť rovnú hmotnosti jedného závažia alebo súčtu ich hmotností. Ak máme 2 závažia s rôznymi hmotnosťami, odvážime nimi predmety, ktoré majú hmotnosť rovnú hmotnosti prvého závažia alebo druhého závažia alebo ich súčtu. Teda ak máme 2 závažia rovnakých hmotností, odvážime nimi len 2 predmety s rôznymi hmotnosťami, zatiaľ čo s 2 závažiami rôznych hmotností odvážime 3 predmety s rôznymi hmotnosťami, čo je pre nás výhodnejšie. Takže môžeme povedať, že výhodnejšie pre nás bude, ak všetky závažia sady budú mať hmotnosti navzájom rôzne. Pokračujeme: čo ak chceme navážiť 3 kg? To sme si už ukázali - na váhu položíme súčasne 1 kg aj 2 kg závažie. Takto postupujeme aj ďalej - vždy si zoberieme predmet s hmotnosťou o 1 kg väčšou ako bol ten predchádzajúci, a vždy sa sami seba musíme spýtať, či sme schopní jeho hmotnosť dostať ako súčet hmotností niektorých závaží, o ktorých vieme, že v sade určite budú. A teda: 4 kg pomocou 2 kg a 1 kg nezložíme, takže sme našli aj tretie závažie - štvorkilogramové. Pokračujeme:

$$\begin{aligned} 5\,\mathrm{kg} &= 4\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \\ 6\,\mathrm{kg} &= 4\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} \\ 7\,\mathrm{kg} &= 4\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \\ 8\,\mathrm{kg} &= ? \end{aligned}$$

Opäť vidíme, že zo závaží 4 kg, 2 kg a 1 kg nezložíme 8 kg (veď súčet ich hmotností je 7 kg). Ďalšie závažie, ktoré potrebujeme má teda 8 kg. Našli sme už 4 závažia - 1 kg, 2 kg, 4 kg a 8 kg. Ostáva nám teda nájsť už len jedno. Pokračujeme v skladaní možných hmotností:

$$\begin{aligned} 9\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \\ 10\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} \\ 11\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \\ 12\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg} \\ 13\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \\ 14\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} \\ 15\,\mathrm{kg} &= 8\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Pri 15 kg sme použili všetky závažia, ktoré zatiaľ máme, čiže nám na zloženie 16 kg stačiť nebudú. A vy už isto viete, že posledné závažie v sade musí mať teda 16 kg :) Súčet hmotností týchto závaží je $16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$ kg. Zadanie hovorí, že pomocou týchto závaží musíme vedieť zložiť všetky celočíselné hmotnosti menšie ako hmotnosť najťažšieho odvážiteľného predmetu (teda všetky hmotnosti menšie ako 31 kg). My sme zatiaľ ukázali, že dokážeme pomocou závaží zložiť hmotnosti od 1 kg do 16 kg. Ostáva nám ukázať, že dokážeme zložiť aj všetky hmotnosti od

17 kg do 30 kg. Teraz je potrebné všimnúť si jednu dôležitú vec:

$$\begin{aligned}17 &= 16 + 1\\ 18 &= 16 + 2\\ 19 &= 16 + 3\\ &\vdots\\ 30 &= 16 + 14\end{aligned}$$

16 kilogramové závažie máme a takisto sme ukázali, že všetky hmotnosti od 1 kg do 15 kg sme schopní zložiť pomocou zvyšných závaží (1 kg, 2 kg, 4 kg a 8 kg). Inak povedané, všetky hmotnosti od 17 kg do 30 kg dostaneme takisto, ako sme dostali hmotnosti od 1 kg do 15 kg, a to tak, že vždy priložíme ešte 16 kilogramové závažie.

Odpoveď: Sada obsahuje závažia s hmotnosťami 1, 2, 4, 8 a 16 kilogramov.

Komentár: Veľa z vás úlohu vyriešilo správne (no aj nesprávnych riešení v dôsledku nepochopenia príkladu bolo dosť), mnohí ste ale zabudli na dôležitú vec - hoci ste hmotnosti závaží zistili správne, neukázali ste, že sa s nimi skutočne dajú poskladať všetky hmotnosti od 1 kg do 31 kg, a v takom prípade som sťahoval z plného počtu bodík (snáď mi to odpustíte). Inak vás všetkých chválim, veď aj snaha sa cení a do budúcna prajem veľa váženia, úspechov, Nobelových cien, atď;)

Úloha č. 5:

opravovali Ivan „Ifan“ Dacko & Vlado „Droopy“ Novák

Patrik Turzák, Žanetka Semanišinová, Denisa Semanišinová, Roman Pivovarník, Daniel Ondra, Lenka Mareková, Michal Ivanecký

Zadanie: Katka, Marika, Jožko a Rado skončili na cyklistických pretekoch na prvých štyroch miestach. Ich štartovacie čísla boli 1, 5, 7, 17. Zajko nevidel, kto skončil na ktorom mieste, ale všimol si pár vecí:

I. Dievča s číslom 17 povedalo, že by sa umiestnilo lepšie, ak by jej motocykel nebol na začiatku preťažený.
II. Rado skončil pred číslom 7, ale za Marikou.
III. Otec čísla 1, povedal, že je veľmi hrdý na umiestnenie svojej dcéry.
IV. Katka skončila za pretekárom číslo 5.
V. Jožko nebol tretí.

Pomôžte zajkovi zistiť, kto mal aké číslo a na ktorom mieste skončil.

Riešenie: V zadaní nám bolo prezradených päť viet, pomocou ktorých máme vyriešiť tento príklad. Veľakrát budú tieto vety spomenuté v riešení, preto si ich najprv očíslujeme rímskymi číslicami od I. po V. tak, ako za sebou nasledovali. Postupovať budeme tak, že si budeme zostavovať tabuľky s možnými umiestneniami a poradovými číslami jednotlivých pretekárov. Vďaka vetám zo zadania budeme postupne v každej tabuľke vylučovať niektoré možnosti. V tabuľkách budú ostávať len tie možnosti, ktoré sme dovtedy nedokázali vylúčiť pomocou dovtedy použitých viet. Preto v úplne prvej tabuľke budú pri každom pretekárovi uvedené všetky možnosti:

Meno	Číslo	Miesto
Marika	1, 5, 7, 17	1. 2. 3. 4.
Katka	1, 5, 7, 17	1. 2. 3. 4.
Rado	1, 5, 7, 17	1. 2. 3. 4.
Jožko	1, 5, 7, 17	1. 2. 3. 4.

Prvé, čo sa z viet pokúsime zistiť, bude, aké štartovacie čísla môžu mať chlapci a aké dievčatá. To zistíme z viet I. a III., v ktorých sú spomenuté slová dievča alebo dcéra. Dievčatá preto môžu mať štartovacie čísla 1 a 17 a chlapci 5 a 7. Teraz si prečítame vetu číslo II. Keďže Rado skončil pred číslom 7, tak Rado musí mať štartovacie číslo 5 a Jožko číslo 7.

Meno	Číslo	Miesto
Marika	1, 17	1. 2. 3. 4.
Katka	1, 17	1. 2. 3. 4.
Rado	5	1. 2. 3. 4.
Jožko	7	1. 2. 3. 4.

Veta II. nám však prezradí oveľa viac, ak si ju prečítame ešte raz. Dozvieme sa z nej, že Marika skončila pred Radom a Rado skončil pred Jožkom. Chýba nám už len zistiť, na ktorom mieste skončila Katka. Z vety IV. vyplýva, že Katka skončila za Radom. Určite už vieme, že na treťom a štvrtom mieste skončili Katka a Jožko. Nevieme ale, kto z nich bol tretí a kto štvrtý. Preto si prečítame vetu V., z ktorej vieme, že Jožko mohol skončiť len na štvrtom mieste a Katka na treťom. Teraz už vieme, v akom poradí došli pretekári do cieľa. Všetko si to napíšeme do tabuľky:

Meno	Číslo	Miesto
Marika	1, 17	1.
Katka	1, 17	3.
Rado	5	2.
Jožko	7	4.

Úplne poslednú vec, ktorú potrebujeme zistiť je, aké štartovacie číslo mala Marika a aké Katka. Na to nám poslúžia vety I. a III. Z nich vyplýva, že číslo 17 nemôže byť prvé, keďže pretekárka s číslom 17 mohla skončiť aj lepšie. Ak by bola prvá, tak sa to už nedá. Doteraz sme ale zistili, že Marika je prvá, teda Marika má štartovacie číslo 1 a Katka 17.

Odpoveď:

Meno	**Číslo**	**Miesto**
Marika	1	1.
Katka	17	3.
Rado	5	2.
Jožko	7	4.

Samozrejme, že vety v riešení môžeme používať aj v inom poradí. Toto je ale jedno z možných riešení. Dôležité je, že všetky správne spôsoby nás privedú k rovnakému výsledku.

Komentár: Väčšina z vás príklad vyriešila správne. Pár chybičiek sa však objavilo: ak ste s výsledkom nenapísali aj správny postup, nemohli ste dosiahnuť viac bodov, prípadne ak v postupe nebolo veľmi jasné, ako ste k tomu-ktorému výsledku došli, museli sme nejaké body stiahnuť. Do budúcnosti preto nezabudnite napísať postup a skúste si to po sebe ešte aspoň raz prečítať, či ste náhodou neurobili nejakú chybu z nepozornosti. Musím ale napísať, že sa objavilo aj niekoľko veľmi nápaditých a pekných riešení, ktoré nás veľmi potešili =)

Úloha č. 6:

opravovali Aďa Szilágyiová & Marcel Štubňa

Lenka Mareková, Martin Vrabec, Denisa Semanišinová

Zadanie: Balóny sa predávajú vo vrecúškach po 4 a po 6 balónikoch. Koľko štvor a koľko šesťbalónových vrecúšok si majú deti vypýtať, aby dostali presne 46 balónov? Môžu si deti kúpiť 115 balónov? Ak si deti opýtajú 60 balónov, v koľkých vrecúškach dostanú šesť balónov a v koľkých štyri? K poslednej otázke napíšte všetky možné počty vrecúšok.

Riešenie: Hneď na začiatku si označme vrecúška so 4-mi balónmi 4b a vrecúška so šiestimi balónmi 6b, aby sme to stále nemuseli rozpisovať. Na prvú otázku stačilo nájsť jedno riešenie, my si však nájdeme všetky. Budeme postupne skúšať, koľko mohlo byť 6b. Žiadne? Jedno? Dve? Nevieme. Od všetkých 46 balónov budeme postupne odpočítavať tie balóniky, ktoré sú zabalené v 6b vrecúškach. V každom vrecúšku je 6 balónikov, to znamená, že budeme odpočítavať násobky čísla 6. Tie balóniky, ktoré nám potom ostanú, museli byť zabalené vo vrecúškach 4b. Preto musí byť počet ostávajúcich balónikov násobkom štyroch. Ak by sme nekúpili ani jedno 6b, museli by sme všetkých 46 balónov kúpiť v 4b vrecúškach. Ale 46 nie je deliteľné 4. Ak kúpime jedno 6b, ostane nám 40 balónov. Číslo 40 je deliteľné 4 ($40 : 4 = 10$), zvyšné balóniky kúpime v 10 balíčkoch 4b. Máme prvé riešenie. Teraz zistime, čo by sa stalo, ak by sme chceli kúpiť dve 6b. Vieme, že jedno 6b a desať 4b je dokopy 46 balónov. Ak by sme kúpili dve 6b, museli by sme medzi 4b mať o 6 balónov menej. Preto by sme museli kúpiť o jedno 4b vrecúško a ešte dva balóny menej. No dva balóny takto nevieme vziať. Skúsme preto kúpiť tri vrecúška 6b, to je spolu $6 \cdot 3 = 18$ balónov. Preto musí byť v 4b baleniach $46 - 18 = 28$ balónov. Toľko ich bude spolu v siedmich vrecúškach.

Máme druhé riešenie. Pozrime sa teraz na prvé a druhé riešenie. V čom sa líšia? V druhom je o dva 6b ($2 \cdot 6 = 12$ balónov) viac a o tri 4b ($3 \cdot 4 = 12$ balónov) menej ako v prvom riešení. Presne toľko balónov pribudlo v baleniach 6b, koľko ich ubudlo z balení 4b, teda 12, čo je najmenšie číslo deliteľné 6 aj 4. Stále preto budeme pridávať 12 balónov medzi balíčkami 6b (dva balíčky), a pritom uberať 12 balónov medzi balíčkami 4b (tri balíčky). V druhom riešení boli tri 6b, ak prirátame 12 balónov (dva balíčky), budeme mať päť 6b. To je $5 \cdot 6 = 30$ balónov. Ostáva $46 - 30 = 16$ balónov, ktoré kúpime v štyroch 4b. Máme tretie riešenie. Pridáme dve 6b, máme ich sedem, $7 \cdot 6 = 42$, ostali posledné 4 balóny, to je práve jedno vrecúško. Ďalšie 6b už nepridávame, mali by sme viac ako 46 balónov. Máme štyri riešenia prvej otázky. Ďalej máme zistiť, či sa sá kúpiť 115 balónov. Skúšaním alebo podobným postupom ako v prvej otázke môžeme prísť na to, že sa to nedá. Prečo? Pretože čísla 4 a 6 sú párne čísla. Keď kúpime hocikoľko 4b a 6b a spočítame ich, dostaneme párne číslo. 115 je však nepárne číslo, preto ho nemôžeme dostať ako súčet párnych čísel. V tretej otázke budeme postupovať takisto ako v prvej. Ak nekúpime žiadne 6b, počet všetkých balónov musí byť deliteľný 4, čo aj je, lebo $60 : 4 = 15$. Toľko treba kúpiť 4b. Ďalej budeme pridávať po dve 6b:

Kúpime dve 6b, ostane 48 balónov. Potrebujeme $48 : 4 = 12$ vrecúšok 4b.
Kúpime štyri 6b, ostane 36 balónov. Potrebujeme $36 : 4 = 9$ vrecúšok 4b.
Kúpime šesť 6b, ostane 24 balónov. Potrebujeme $24 : 4 = 6$ vrecúšok 4b.
Kúpime osem 6b, ostane 12 balónov. Potrebujeme $12 : 4 = 3$ vrecúška 4b.
Kúpime desať 6b, $10 \cdot 6 = 60$, netreba už žiadne iné vrecúško. To je všetkých 6 možností.

Komentár: K prvej otázke netrebalo hľadať všetky možnosti, no mohlo vám to pomôcť pri riešení štvrtej otázky. V nej sa vám totiž nejaké riešenia strácali. Veľmi často chýbal slovný postup, ten je dôležitý pri každom príklade. Vždy vysvetľujte, ako ste príklad riešili, môže vám to aj pomôcť, aby ste nejaké riešenie nevynechali. V druhej otázke ste poniektorí zabudli vysvetliť, prečo sa 115 balónov nedá kúpiť. Riešenia, ktoré toto všetko mali, boli veľmi pekné, a bolo ich celkom dosť. Nabudúce sa snažte. aby ich bolo ešte viac;o)

Poradie riešiteľov po 1. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1. – 8.	Patrik Turzák	6. A	ZKro4KE	0	5	5	5	5	5	4	5	30
	Alexandra Dupláková	6. A	ZKro4KE	0	5	5	5	4	5	5	5	30
	Žaneta Semanišinová	3. B	ZAngeKE	0	5	5	5	5	5	5	5	30
	Denisa Semanišinová	Sekunda	GAlejKE	0	5	5	5	5	5	5	5	30
	Martin Vrabec	5. A	ZKro4KE	0	5	5	5	4	5	5	5	30
	Katarína Krajčiová	4. B	ZJeniKE	0	5	5	5	5	3	5	5	30
	Roman Pivovarník	Prima A	GMudrPO	0	5	5	5	4	5	5	5	30
	Lenka Mareková	6. A	ZKro4KE	0	5	5	5	5	5	5	5	30
9. – 13.	Dominika Todáková	6. A	ZKomeSV	0	5	5	5	-	5	4	5	29

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Berenika Tužilová	6. A	ZKro4KE	0	4	5	5	4	5	5	5	29
	Barbora Blašková	4. C	ZStanKE	0	5	5	5	4	-	5	5	29
	Miroslav Stankovič	6. A	ZKro4KE	0	5	5	5	4	4	5	5	29
	Šimon Kucer	Sekunda	GAlejKE	0	4	4	5	5	5	5	5	29
14. – 19.	Tomáš Tomaško	6. A	ZKro4KE	0	5	5	5	5	1	3	5	28
	Filip Rabík	Prima A	GAlejKE	0	4	5	5	-	5	4	5	28
	Ján Jursa	6. A	ZKro4KE	0	3	-	5	5	5	5	5	28
	Miroslav Novák	5. B	ZKro4KE	0	2	5	5	4	5	4	5	28
	Dominik Benko	5. B	ZKro4KE	0	4	5	5	4	5	3	5	28
	Katarína Kirešová	4. C	ZStanKE	0	5	5	5	4	4	4	5	28
20. – 23.	Jakub Hromada	5. B	ZKro4KE	0	5	5	4	4	2	4	5	27
	Laura Šalja	6. A	ZKro4KE	0	5	4	5	4	4	-	5	27
	Michal Ivanecký	Prima A	GAlejKE	0	3	5	5	-	5	4	5	27
	Michal Benej	5. B	ZKro4KE	0	4	5	5	5	2	3	5	27
24. – 29.	Viktória Baranová	5. A	ZKuzmic	0	3	5	5	0	4	4	5	26
	Michal Jonec	4. A	ZUžhoKE	0	3	5	5	4	1	4	5	26
	Daniel Hajduk	5. B	ZKro4KE	0	5	5	5	1	4	2	5	26
	Renáta Zmijová	5. A	ZUžhoKE	0	4	5	4	-	5	3	5	26
	Ema Diószegkyová	4. C	ZStanKE	0	3	5	4	5	1	4	5	26
	Florián Hatala	5. B	ZKro4KE	0	4	5	4	5	3	3	5	26
30. – 32.	Lukáš Gdovin	5. A	ZStanKE	0	4	4	3	5	1	4	5	25
	Zuzana Tvrdoňová	Prima A	GAlejKE	0	3	5	4	4	1	4	5	25
	Barbara Šinková	Prima	GHaliLC	0	4	4	5	5	1	2	5	25
33. – 36.	Kristína Vajdová	Prima	GHaliLC	0	2	5	5	0	2	5	5	24
	Peter Vook	5. B	ZKro4KE	0	3	5	5	2	3	3	5	24
	Vladislav Vancák	Prima B	GAlejKE	0	2	5	3	4	3	4	5	24
	Viktória Maciková	5. B	ZKro4KE	0	5	5	5	4	-	-	5	24
37. – 45.	Daniel Kopf	4. A		0	1	5	5	-	3	4	5	23
	Dominika Kollárová	4. A	ZUžhoKE	0	2	2	5	5	1	4	5	23
	Petra Eškutová	5. B	ZKro4KE	0	4	5	5	2	2	2	5	23
	Jakub Kupčík	5. B	ZKro4KE	0	3	4	2	4	4	3	5	23
	Adela Kinlovičová	4. A	ZJeniKE	0	2	5	5	0	2	4	5	23
	Simona Herteľová	6. A	ZKuzmic	0	3	5	5	-	4	3	3	23
	Zuzana Košelová	5. C	ZŠmerPO	0	5	5	1	3	1	4	5	23
	Iveta Vašková	4. C	ZKomeSV	0	2	5	5	4	2	2	5	23
	Roman Staňo	5. B	ZKro4KE	0	4	5	5	-	1	3	5	23
46. – 48.	Daniel Ondra	6. A	ZKro4KE	0	5	1	1	4	5	4	3	22
	Lea Turzáková	6. A	ZPožiKE	0	3	3	5	5	1	3	3	22
	Zuzana Ballová	6. A	ZPožiKE	0	3	3	4	4	1	5	3	22
49.	Adam Kecer	5. C	ZStanKE	0	4	4	5	0	1	3	3	20
50. – 52.	Nikola Valečková	5. A	ZStanKE	0	3	5	5	0	1	2	3	19
	Katarína Töröková	5. A	ZStanKE	0	3	0	5	4	2	2	3	19
	Vladislav Vlček	Prima A	GAlejKE	0	3	4	5	0	1	3	3	19
53. – 55.	Matúš Porázik	Prima A	GAlejKE	0	1	4	4	4	1	2	3	18
	Jaroslav Kravec	5. B	ZHvieSV	0	1	2	4	4	1	4	3	18
	Karoline Hájeková	5. A	ZStanKE	0	5	0	5	0	1	4	3	18
56. – 57.	Eduard Lukša	5. B	ZHvieSV	0	0	5	5	0	1	3	3	17
	Martin Matis	4. B	ZKomeSV	0	1	5	5	0	1	2	3	17
58.	Patrícia Jurčová	6. A	ZŠvábov	0	4	2	4	4	1	2	0	16
59. – 61.	Jozef Knap	6. A	ZPožiKE	0	1	2	5	5	0	2	0	15
	Kristína Kordaničová	4. C	ZKomeSV	0	2	5	3	-	0	2	3	15
	Samuel Burík	4. A	ZKomeSV	0	0	5	5	0	1	1	3	15
62. – 64.	Peter Micek	6. A	ZKro4KE	0	-	4	5	1	-	4	0	14
	Simona Vassová	4. B	ZKomeSV	0	1	5	1	0	1	3	3	14
	Lukáš Kolarčík	4. C	ZŠmerPO	0	2	5	1	0	0	3	3	14
65. – 66.	Adriana Lukáčová	5. B	ZKuzmic	0	5	1	1	0	3	3	0	13
	Maroš Fabiny	Prima A	GAlejKE	0	4	5	1	0	1	2	0	13
67. – 68.	Viktória Justová	6. A	ZPožiKE	0	1	5	4	-	0	2	0	12
	Erik Jasaň	5. A	ZStanKE	0	3	0	5	0	1	3	0	12

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
69. – 72.	Anton Gromáczki	5. A	ZStanKE	0	-	4	4	0	1	2	0	11
	Dominik Sečka	6. A	ZMarkSN	0	0	3	4	-	1	3	0	11
	Samuel Černík	6. A	ZKro4KE	0	1	5	4	-	1	-	0	11
	Martin Rapavý	Prima A	GAlejKE	0	1	5	1	-	1	3	0	11
73. – 77.	Nora Beliová	6. A	ZPožiKE	0	1	2	5	0	0	2	0	10
	Lucia Legáthová	4. A	ZJeniKE	0	2	0	5	0	1	2	0	10
	Adrián Tkáč	5. A	ZStanKE	0	3	0	5	-	0	2	0	10
	Alexandra Kulíková	5. B	ZHvieSV	0	0	5	3	0	0	2	0	10
	Martin Vodarčík	5. A	ZPolian	0	4	2	-	0	1	3	0	10
78.	Lucia Kravcová	6. A	ZHertník	0	3	1	5	-	-	-	0	9
79.	Patrícia Kelbelová	5. B	ZKro4KE	0	3	5	-	-	-	-	0	8
80. – 83.	Daniela Eliašová	6. A	ZPožiKE	0	1	2	0	-	1	3	0	7
	Barbora Vilmošová	5. A	ZStanKE	0	2	0	3	0	1	1	0	7
	Nikola Mináriková	5. A		0	0	0	5	-	0	2	0	7
	Angelika Jákób	4. B	ZUžhoKE	0	0	0	5	0	0	2	0	7
84. – 85.	Enrik Pacinda	Prima	GHaliLC	0	1	1	1	0	1	2	0	6
	Petronela Bodnárová	4. B	ZUžhoKE	0	2	0	2	0	0	2	0	6
86.	Jana Cerulová	5. B	ZKro4KE	0	-	5	-	-	-	-	0	5
87.	Martin Poľanský	5. C	ZStanKE	0	1	0	0	0	0	3	0	4
88.	Kristián Leško	5. C	ZŠmerPO	0	0	0	0	-	-	2	0	2
89.	Maťo Haluška	4. A	ZUžhoKE	0	0	0	0	-	0	1	0	1
90. – 92.	Nina Gašparovičová	Prima B	GAlejKE	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Tomáš Seszták	Prima B	GAlejKE	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Marcel Pillár	5. A	ZStanKE	0	-	-	-	-	-	-	0	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Pergamon, s.r.o., Strojárenská 3, Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • november • zimná časť 16. ročníka (2006/2007)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`