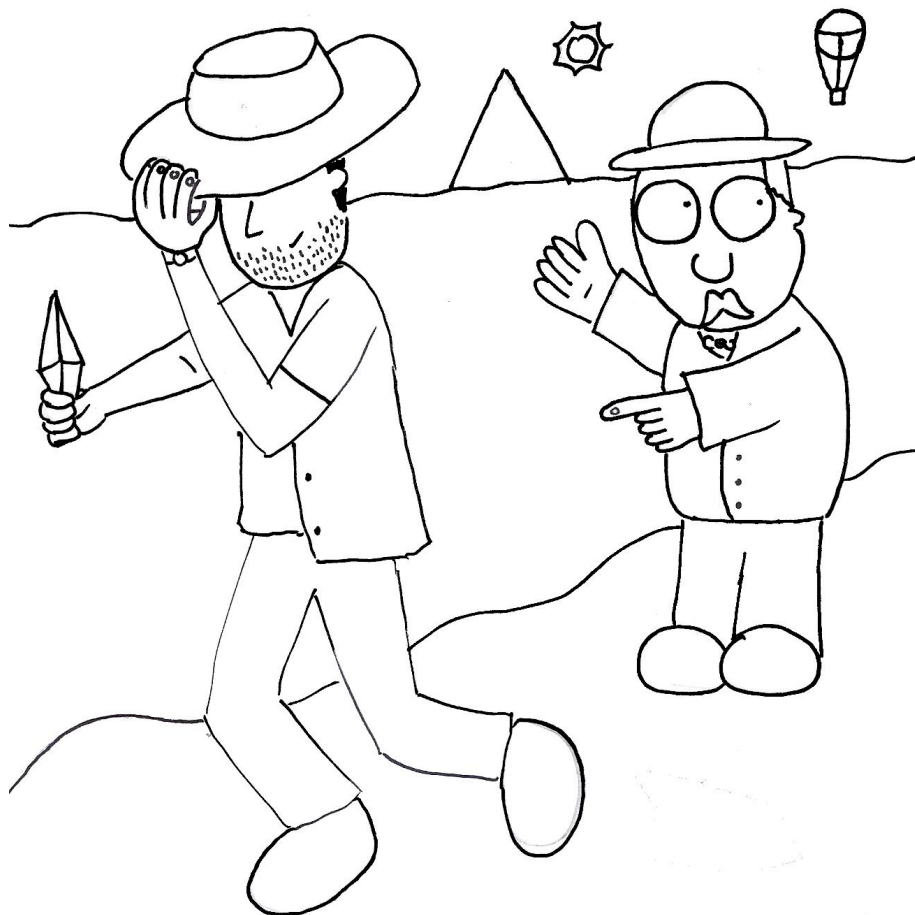


# MALYNÁR

Číslo 4 • február 2010

Letná časť 19. ročníka



## Ahoj!

*Pripravte sa, pretože opäť čaká vás  
krásne vyplnený čas.*

*Najprv pár príkladov vyriešiť,  
potom už len na sústredko sa tešiť.*

*Z jedného sme teraz prišli,  
tí najlepší sa tam zišli.*

*Kalkulačku ochránili,  
čo s ňou potom urobili?*

*Kryštál nonetitaku však zmizol teraz.  
Bude jeho nájdanie úloha pre vás?*

*To vy sami uvidíte,  
ak úlohy vyriešite.*

*Tak hor sa do riešenia,*

*nech vaše postupy všetci deviatimi bodmi ocenia*

*Vedúci Malynára*

## 2% z daní

Máme na Vás ešte jednu prosbu. Blíži sa obdobie, keď Vaši rodičia môžu venovať 2 % zo svojích daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa financie zídu. Potrebujeme pokryť náklady na časopisy, poštu a chceli by sme cenu sústredení udržať čo najnižšiu. Preto Vás chceme poprosiť, či by ste svojou troškou nepodporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke [zdruzenie.strom.sk](http://zdruzenie.strom.sk), kde si stačí kliknúť na banner 2 % **STROMu**.

Ďakujeme!

## Zadania úloh 1. série Letnej časti

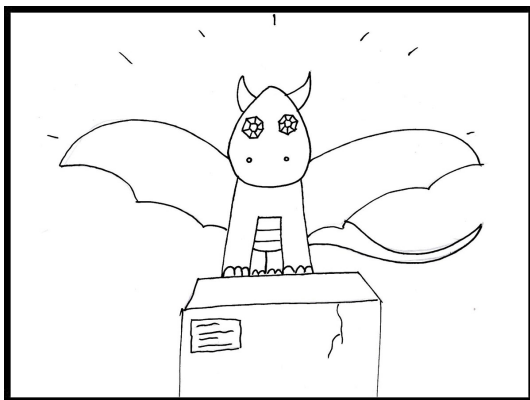
*Termín odoslania: 22. marec 2010*

Profesor archeológie Ivan Jonáš mladší má kopu koníčkov. Zbiera známky, štrikuje, nosí klobúky a ešte k tomu aj cestuje po svete. Samozrejme, tieto cesty súvisia s jeho druhým zamestnaním – je najomným dobrodruhom. Napríklad nedávno si ho najalo britské múzeum, aby našiel dávno stratenú zlatú sošku Čojetinského draka. A tak sa práve teraz predieral hustým pralesom, aby sa dostal k zabudnutej jaskyni. Dozvedel sa o nej od kmeňa, ktorý tu po celé generácie spokojne nažíval v dokonalej harmónii s prírodou. Musel im síce darovať svoje GPS a aj svoj nový mobil, ale čo človek neurobí pre to, aby sa dozvedel o nejakej starej jaskyni. Možno je úplne prázdna, alebo, čo by bolo trochu horšie, je obývaná krvilačným medveďom... Konečne však Jonáš stál pred ňou, celý spotený, doškriabaný od miestnej flóry a doštípaný od miestnej fauny. Drsne sa zatváril

a nechal sa pohltiť temnotou jaskyne. Po pár krokoch sa rozhodol, že si predsa len posvieti. Vybral teda baterku a pokračoval v ceste. Bola to cesta nudná a priamočiara, ak nerátame občasnú ľudskú kostru. Zrazu sa však pred ním v plnej kráse zaleskla soška Čojetinského draka. Spoznal ju na prvý pohľad, bol predsa odborník. Skúseným okom si všimol aj špeciálnu podložku, na ktorej soška ležala. Aktivuje smrteľnú pascu v momente, keď sa ju pokúsi zobrať. Potreboval ju nahradiť niečím, čo malo rovnakú hmotnosť. Do podstavca, na ktorom sa soška nachádzala, boli vyryté tieto informácie:

### Úloha č. 1:

**Šesť sošiek draka váži tolko ako sedem sošiek medveďa. Sedem medvedích sošiek váži rovnako ako tri sošky slona. Dve sošky slona vážia rovnako ako šesť sošiek tigra a šesť sošiek tigra váži akurát tolko ako stogramové vrecúško cukríkov. Koľko váži soška draka?**



Jonáš opatrne vymenil sošku za závažie primeranej hmotnosti (v minulosti sa už poučil, že sa nikam neoplatí chodiť bez kvalitnej sady závaží). Znova to dokázal! Víťazoslávne sa usmial. V tom sa však celá jaskyňa začala triasť. Jonáš si jednou rukou pevne chytil klobúk, druhou tuho zovrel sošku a dal sa do behu. Kusy skál len o pár centimetrov míňali jeho drsnú tvár. Zrazu však nosom prudko narazil do kameňa! Tam, kde bol predtým východ, bola teraz pevná stena. Za svetla baterky rýchlo hľadal nejaký mechanizmus, ktorým by východ otvoril. Narazil na nápis: „Za znesvätenie pamiatky Čojetinu si každý zaslúži byť pochovaný pod troskami tejto jaskyne.“ Bolo to síce napísané jazykom domorodcov, Jonášovou záľubou však bolo aj študovanie málo používaných a v bežnom živote celkom nevyužitelných jazykov. Hneď pod prvým nápisom bol druhý:

### Úloha č. 2:

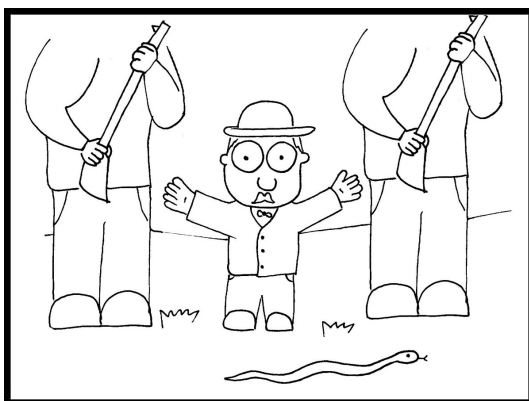
**Ak dvere otvoriť chceš, dve čísla na to potrebuješ. Jedno dvojciferné, druhé trojciferné je, číslo 58 401 dostaneš po ich súčine. Vedz, že každá**

**cifra z 1,2,3,4,5,6,7,8,9 a 0 do tohto príkladu presne raz zablúdila. Teraz už vieš, ktoré dve čísla použiť smieš?**

Jonáš si všimol aj podivný mechanický ciferník v pravom dolnom rohu. Po zadaní čísel sa jaskyňa prestala triasť a prekážka sa začala odsúvať. Jonáša oslepili slnečné lúče, to však proste nemalo šancu ovplyvniť jeho drsný výraz plný spokojnosti. To, čo ten výraz trochu predsa len ovplyvnilo, bol pisklavý mužský hlas: „Ale, ale... pán Jonáš! Fitím, še ste našli sošku, chtorú som tach dlcho chľadal.“ Ten hlas patril nízkemu mužovi v celkom peknom klobúku. Stál priamo pred jaskyňou. Okolo neho stál asi tucet ozbrojených chlapov. Nevedeli sa síce tváriť tak drsne ako Jonáš, boli však takí veľkí, že to ani nepotrebovali. „Fiete, ja som fášniť sberateľ fsáčnych pamiatok. Chceli by ste fetieť, cholcho ich mám?“ Náš smelý dobrodruh len drsne odvetil: „Ani nie.“ Ten muž chvíľu neveriacky na Jonáša pozeral, potom však len mávol rukou. „Aj tach sa to dosfiete. Hans! Pofec mu to.“ Jeden z ozbrojených chlapov začal rozprávať:

### Úloha č. 3:

**Vzácných pamiatok je viac ako 10 000 a menej ako 20 000. Ich počet je číslo, ktoré: má na mieste desiatok číslicu dvakrát väčšiu ako na mieste jednotiek, na mieste stoviek číslicu o 3 väčšiu ako na mieste desiatok, na mieste tisícok číslicu o 2 menšiu ako na mieste stoviek a neobsahuje číslicu 0 ani číslicu 5. Koľko je teda vzácných pamiatok? Je viacero možností pre ich počet?**

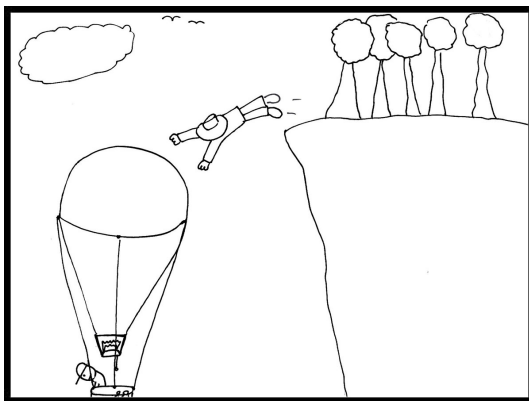


„Nemám tušenie,“ odvetil Jonáš a rýchlo sa hodil na stranu. Očividne tým okostojacich prekvapil, preto to využil a rozbehol sa pralesom. „Sa ním! Schnell!“ Ozvala sa aj strelba, Jonáš bol však príliš ďaleko a prales bol hustý. Stále ho však prenasledovali. Keď sa dobrodruh ocitol pred útesom, neváhal ani sekundu. Strmhlav sa vrhol nadol. Zhodou okolností dopadol na balón, ktorý práve vtedy vykonával okružný let pre turistov. Elegantne sa zosunul do košíka. „Idete aj na letisko?“ ležérne sa spýtal prekvapeného pilota.

Z letiska sa už ľahko dostal do Británie. Tam sa stretol s riaditeľom múzea, ktorý ho pozval na čaj, aby si vymenili zážitky. Po riaditeľovom trojhodinovom monológovi o tom, ako so ženou kúpovali nové záclony, sa spýtal Jonáša: „A vy? Ako ste sa mali?“ Jonáš si zamiešal svoj už dávno studený čaj. „Našiel som tú sošku.“ To riaditeľa zaujalo: „Fíha! A aká je vlastne veľká?“ Dobrodruh sa oprel o operadlo kresla, v ktorom sedel, pohľad uprel na čajovú lyžičku a spustil.

#### Úloha č. 4:

**Hlava je dlhá 18 cm, telo je dlhé ako hlava a chvost spolu, chvost má dĺžku rovnú polovici z celkovej dĺžky tela a hlavy. Poznáte už dĺžku sošky?**



„Samozrejme,“ zasmial sa nervózne riaditeľ. „Keď už sme pri tom, mám pre vás ešte jednu úlohu. Jeden náš pracovník zistil, kde by sa mohol nachádzať tajomný kryštál Nonetitaku. Problém je len v tom, že by ste museli prehľadať pomerne veľkú časť ľudoprázdnej púšte.“ Jonáš sa hneď spýtal: „Akú veľkú?“ Riaditeľ sa poškrabal za uchem. „Poviem vám to takto...“

#### Úloha č. 5:

**Predstavte si, že by ste zobrali všetky rôzne obdĺžniky, ktoré sa dajú bezo zvyšku rozdeliť na štvorce 1 km × 1 km a ktorých obvody sú menšie ako 13 km. Vy musíte prehľadať oblasť, ktorá je taká istá ako najväčší možný štvorec, aký sa dá z týchto obdĺžnikov poskladať. Pri skladaní štvorca nemusíte použiť všetky obdĺžniky, nesmú sa však navzájom prekrývať a ani ich nesmiete deliť na časti. Aký veľký je štvorec ktorý musíte prehľadať? Viete aj, ako takýto štvorec poskladáte? (Za obdĺžnik pokladáme aj štvorec.)**

Jonáš si to všetko starostlivo vypočul a potom len pomaly prikývol. Rozlúčil sa s riaditeľom, zbalil si na svoju ďalšiu cestu všetko potrebné, nasadil si na hlavu klobúk a vběhol do náručia novému dobrodružstvu.

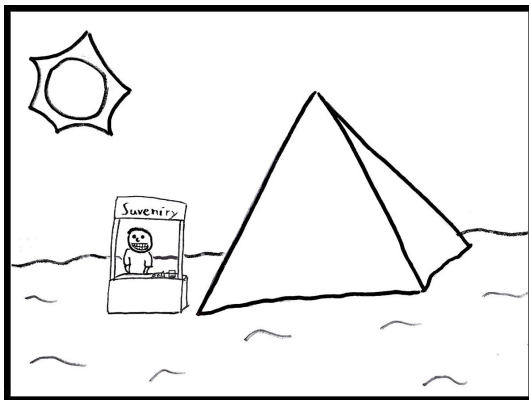
## Zadania úloh 2. série Letnej časti

Termín odoslania: 26. apríl 2010

Púšť. Nehostinná, zradná, plná piesku, ktorý rozhodne nechcete mať v očiach. Jonáš si bol veľmi dobre vedomý všetkých nebezpečenstiev, číhajúcich na každom zrnku. Taktiež vedel, že hľadanie vzácneho artefaktu zaberie nejaký ten čas. O niečo také, ako je tajomná hrobka ukrývajúca poklad, predsa len tak nezakopnete. Ak teda nemáte obrovské šťastie. Je síce pravda, že zhruba po desiatich minútach strávených v púšti Jonáš napokon hrobku našiel, v jeho prípade to však nebolo šťastie. Boli to dlhoročné skúsenosti a prirodzený talent na archeológiu. Nie každý by si všimol majestátnu pyramídu týčiacu sa hneď vedľa stánku, kde predávali pohľadnice, sošky a rôzne brožúrky. Teraz Jonáš pozorne lúštil nepatrný nápis na jednej zo strán pyramídy. Používal pri tom príručku Ako rozlúštiť nepatrný nápis na jednej zo strán pyramídy, ktorú si kúpil v obchode so suvenírmi. Predavač bol veľmi milý, ku knihe Jonášovi daroval aj malého deväťročného chlapca menom Čopre ako spoľahlivého sprievodcu. Jonáš konečne rozlúštil nápis: O vstup do hrobky žiadajte Achmala, vedúceho predaja suvenírov. Jonáš teda znova podišiel k predavačovi. „Chcel by som vstúpiť do hrobky.“ Achmal sa očarujúco usmial. „Samozrejme, pane, samozrejme. Ale mohol by som vás ešte predtým požiadať o láskavosť?“ Jonáš prikývol. „Včera som si kúpil toto vrecúško šumienky a je na ňom napísané, že obsah treba rozpustiť v šiestich litroch vody. Mám však len tieto hrnce a neviem si s tým poradiť.“

### Úloha č. 1:

Achmal dal Jonášovi tri hrnce: zelený s objemom 9 litrov, červený s objemom 13 litrov a modrý s objemom 4 litre. Zelený a červený boli plné vody, modrý bol prázdny. Dá sa pomocou nich odmerať presne 6 litrov vody? Ak áno, tak ako? A ak nie, tak prečo? (Vody je len tolko, čo v hrncoch. Dá sa vylieváť do piesku, žiadnu ďalšiu vodu však nie je možné v okolí zohnať. Objem vody v hrnci nevieme merať.)



Úlohy tohto typu boli Jonášovou slabou stránkou, preto sa obrátil na svojho nového spoločníka: „Čopre, mohol by si mi pomôcť?“ Chlapec tam však už nebol. Jonáš sa rýchlo rozhlíadal po okolí. Zbadal ho a rozbehol sa za vzdalujúcou sa siluetou svojho mladého sprievodcu. Nemohol ho predsa nechať túlať sa v takej nebezpečnej oblasti. Zrazu však Čopreho postava zmizla. Jonáš neprestával utekať a o chvíľu pochopil dôvod chlapcovho zmiznutia. Náš dobrodruh stál na okraji strmej doliny. Pri pohľade do tejto doliny Jonáš neveril vlastným očiam. Napriek tomu, že sa nachádzala uprostred púšte, rástol v nej celkom veľký zelený les. Z diaľky nebolo možné všimnúť si ho. „Čopre!“ zavolať Jonáš, len čo sa spamätal. „Opre-opre-opre-opre. . .“ odpovedala mu ozvena. Všimol si stopy, zanechané detskou nohou, vedúce do lesa. Jonáš bol odmalička dobrým stopárom. Sledoval teda cestu, ktorou Čopre unikal. Stopy ho dovedli k malému otvoru v zemi, z ktorého trčal rebrík. Spustil sa po ňom nadol a ocitol sa v akejsi priestranej podzemnej svätyni. Nebol v nej síce Čopre (čo vyvoláva dohady, čo to Jonáš vlastne sledoval), na stene nad malým oltárom sa však vynímal artefakt, ktorý dobrodruh hľadal. Tajomný kryštál Nonetitaku akoby vyžaroval modrasté svetlo. Aby Jonáš nemusel myslieť na to, koľko času a peňazí strávil pri tej pyramide, zahľadel sa na prekrásnu mozaiku umiestnenú na stene oproti kryštálu. Veď nakoniec ho aj tak našiel. Nikto sa nemusí dozvedieť, ako k tomu došlo. Opatrne vzal kryštál do zubov (tentoraz naňho nečakala žiadna smrteľná pasca) a začal šplhať po rebríku, ktorým sem prišiel. Na povrchu ho však čakalo nemilé prekvapenie. Nízky muž v elegantnom klobúku a s podivným prízvukom, ktorého mal tú česť spoznať na svojom nedávnom výlete. „Tach sa snofu stretáfame, pán Jonáš. . .“ chcel začať svoj monológ. Prerušili ho však nespokojné výkriky veľkých ozbrojených mužov, s ktorými sa už Jonáš taktiež mal možnosť spoznať. „No šo je sase?“ oboril sa na nich nízky muž v klobúku.

## Úloha č. 2:

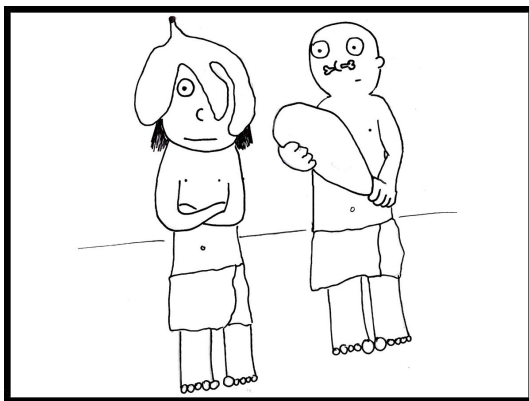
**Hans povedal: „Friedrich klame!“ Friedrich povedal: „Hans klame!“ Adolf povedal: „Ja hovorím pravdu.“ Bernard povedal: „Adolf hovorí pravdu.“ A Dagobert povedal: „Bernard klame!“ Chlapi sa utíšia jedine vtedy, ak veliteľ rozhodne, kto klame a kto nie. Musí to však urobiť tak, aby čo najviac z nich malo pravdu. Ako má veliteľ rozhodnúť? Najviac koľko chlapov môže mať pravdu? (nezabudnite zdôvodniť, prečo viac chlapov pravdu mať nemôže.)**

Muž v klobúku sa márne snažil prísť na to, ako docieľiť, aby sa upokojili. Muži sa teda začali medzi sebou mlátiť. V tomto chaose Jonáš videl príležitosť na útek, úder do zubov ho však trochu vyviedol z miery. Udreľ ho jeden z mužov, pretože sa mu nepáčilo, ako si tam dobrodruh nečinne stál. Kryštál Jonášovi vyletel a dopadol na zem. „Ochamžite sastaftete toto násilie!“ začal nepríčetne kričať ten nízky muž. „Fesmite kryštál a iteme. Cestou tomof môžete premýšľať o sfojom spráfaní.“ Muži zahanbene stíchli, jeden z nich zdvihol zo zeme kryštál a podal ho svojmu vodcovi. „A s fami sa lúčim, pán Jonáš. Auf Wiedersehen!“ Po tomto prejave mu k nohám hodil granát, ktorému akosi chýbala poistka.

Jonáš urýchlene prehodnotil situáciu a vrhol sa späť do jamy, z ktorej len pred chvíľou vylezol. Svätyňou otriasol výbuch a mozaika na stene sa rozsykala po zemi. Nemalo zmysel prenasledovať toho vášnivého zberateľa. Toto bolo prvý raz, čo dobrodruh neuspel. Aby aspoň trochu pozdvihol svoje sebavedomie, rozhodol sa znova poskladať krásnu mozaiku. Tak trochu však zabudol, ako presne vyzerala.

### Úloha č. 3:

**Jonáš sa rozhodol, že vytvorí na stene mozaiku obdĺžnik  $2 \times 3$  (spodná strana je tá kratšia). Na zemi ležal 1 zelený, niekoľko červených a 10 bielych štvorčekov. Ak by použil všetky zelené a všetky červené štvorčeky, vedel by vytvoriť 30 rôznych mozaík uvedeného tvaru. Koľko červených štvorčekov tam bolo? Nájdite všetky možnosti.**



Nakoniec sa Jonáš opäť vyšplhal po rebríku. A aj teraz naňho čakalo nemilé prekvapenie. Priamo do tváre mu mieril hrot šíp. Šíp bol súčasťou pevne napnutého luku, ktorý držal polonahý domorodec tmavej pleti. Za ním stáli ďalší. „Uka uka!“ zvolal jeden z nich. Asi to bol ich náčelník, pretože ako jediný mal na hlave šupku z banánu. Vedľa neho stál malý chlapec, v ktorom Jonáš spoznal svojho strateného sprievodcu. Čopre na dobrodruha ukazoval prstom a tváril sa urazene. K Jonášovi priskočili dvaja domorodci s lanom a zviazali ho. Potom k nemu priskočil ešte jeden, tentoraz s kamenným kyjom, a Jonáš znenazdajky stratil vedomie. Prebral sa v malom drevenom stane, ruky aj nohy mal spútané. Vedľa neho sedel domorodec s banánovou šupkou na hlave. Bol to náčelník kmeňa Nonetitakov. „Pretože kryštál zmizol práve v čase, keď si bol v našej svätyni, padlo na teba veľmi vážne obvinenie,“ povedal Jonášovi. Keby len netrpel takou bolesťou hlavy, možno by ho prekvapilo, že náčelník hovorí jeho jazykom. „Aby si však nepovedal, že sme bezcitní a krvilační, dám ti možnosť obhájiť sa. Zajtra, keď vyjde slnko, ťa podrobíme skúške.“

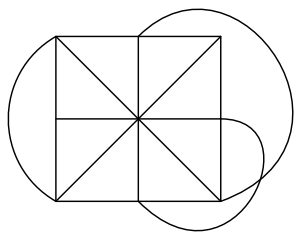


**Úloha č. 4:**

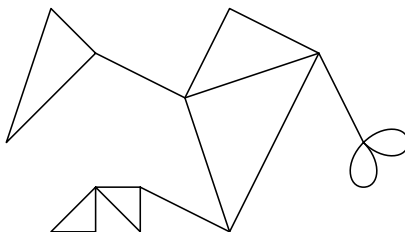
V piesku sú nakreslené dve trate (pozri obrázok). Ak sa Jonáš chce obhájiť, musí prejsť každú z nich tak, aby neporušil pravidlá. Pravidlá sú takéto:

- 1) Jonáš si môže vybrať, na ktorej križovatke začne.  
(Nezáleží na tom, kde skončí.)
- 2) Musí prejsť po každej cestičke presne raz.  
(križovatky môže navštevovať kolkokrát chce.)
- 3) Nesmie ísť mimo cestičky.

Môže sa Jonášovi podariť prejsť obe trate podľa pravidiel? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?



Trať 1



Trať 2

Jonáš, momentálne ležiaci vo svojej cele, nemohol tušiť, že nie každý príslušník tohto kmeňa mal o ňom negatívnu mienku. Náčelníkova dcéra Nototo sa zamilovala do drsného pohľadu, ktorý videla v dobrodruhovej tvári krátko predtým, ako dostal kyjom po hlavu. Nepáčila sa jej myšlienka, že by sa mu zajtra niečo mohlo stať, ak by neprešiel skúškou. Rozhodla sa ho preto oslobodiť. V noci dedinu strážilo len päť strážcov. Ich rozmiestňovanie veľmi bavilo jej otca. Bol tým priam posadnutý.

**Úloha č. 5:**

Náčelník sa snaží rozostaviť strážcov tak, aby vytvoril primeraný počet bezpečných ciest. Cesta je ľubovoľná priamka. Nie všetky cesty sú však bezpečné. Cestu pokladáme za bezpečnú, ak na nej stoja aspoň dvaja strážcovia. Vedeli by ste rozmiestniť päť strážcov tak, aby

- a) vytvorili presne 6 bezpečných ciest?
- b) počet bezpečných ciest bol najmenší možný?
- c) počet bezpečných ciest bol najväčší možný?

Ako rozmiestňovať v jednotlivých prípadoch strážcov? Svoje tvrdenia o najmešom a najväčšom možnom počte ciest dôkladne zdôvodnite.

Príklad: Ak by boli strážcovia dvaja, vznikla by práve jedna bezpečná cesta – priamka, na ktorej stoja obaja strážcovia. Ak by sme mali troch strážcov, bude bezpečná cesta buď jedna alebo tri (podľa toho, či strážcovia stoja na jednej priamke alebo vo vrcholoch trojuholníka).

Nototo sa poľahky dostala k Jonášovmu stanu bez toho, aby ju strážne zbadali. Jonáš práve spal. Rozviazala mu putá, vyložila si ho na chrbát a opatrne sa vykradla z táboriska. Keď si už bola istá, že je to bezpečné, položila ho na zem. Nežne ho pohladkala, na čo sa zobudil. Chcel kričať, no Nototo si priložila k perám prst. „Si voľný, môžeš ísť“, zašepkala. Jonáš, už trochu unavený z toho, ako sa všetko okolo neho dialo bez jeho vlastného pričinenia, na ňu podozrievavo pozrel. „Mohla by som ťa však požiadať o láskavosť? Pre náš kmeň je kryštál, ktorý zmizol, veľmi dôležitý. Nemohol by si ho nájsť a prinavrátiť do našej svätyne?“ Jonáš sa zamyslel. Momentálne bol kryštál v rukách toho streleného nemeckého zberateľa. Dobrodruh sa chcel pomstiť. Tajomný artefakt si už uňho objednal britské múzeum. Navyše mu za to zaplatilo vopred. Aj keď to dievča bolo celkom pekné... Ale Jonáš mal rád život starého mládenca... Bola to vskutku nečakaná dilema. Napokon však Jonáš s miernym úsmevom na perách povedal: „Urobím, čo bude v mojich silách.“

## *Za podporu a spoluprácu ďakujeme*

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach
- Agentúre na podporu výskumu a vývoja prostredníctvom projektu: LPP-0057-09 Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží

**Názov:** MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • február • Letná časť 19. ročníka (2009/2010)  
Internet: <http://malynar.strom.sk>

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1  
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>  
E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)