# MALYNÁR

**Číslo 5 • apríl 2012** **Letná časť 21. ročníka**


http://malynar.strom.sk

# Čaute Malynárčatá!

*Ortuť na teplomere sa šplhá vyššie a vyššie, jar je dávno tu, sústredko stále bližšie. Slnku lúče znova narástli, žiarením robia deň krásnym. Dodávaj silu kráčať, počítať chvíľu, nájsť ten správny výsledok, dostať lopty do bránok, zobrať sa a utekať, púpavy nazbierať, zahrať si a zaspievať, skrátka veľa sa usmievať. Nie, nie, nie sú to len také kecy, všetko môžeš ozaj skúsiť! Vezmi časák Malynár, zrátaj príkladov pár, ver si a bude to fajn :)*

Vaši Opravovatelia

# Pozor! Tlačiarenský škriatok vystrájal!

**!** Úloha 1. druhej série: **Dedo má dva domy.** Stáli na ulici pod lesom, kde stáli domy iba na pravej strane cesty. Vzdialenosť medzi domami D,U,B,O,V,A, ktoré idú v takomto poradí za sebou, je DU=45; UB=52; BO=38; OV=96; VA=27. V ktorých domoch môže bývať, ak vieme, že vzdialenosť medzi nimi je vyjadrená číslom, v ktorom sú číslice 1,2,3?

**!** Úloha 4. druhej série: Každému z trpaslíkov Zlatislav, Berwung a Zladivoj sa páčila práve jedna Kameňovčanka v ich dedine. V tom čase tam boli na návšteve iba dve, Linéta a Xenáda. Každej sa páčili práve dvaja trpaslíci z trojice Zlatislav, Berwung a Zladivoj. Trpaslík a Kameňovčanka pôjdu spolu na rande iba vtedy, ak sa jeden druhému páčia. Môže sa stať, že sa nenájde dvojica, ktorá by mohla ísť na rande? Zmenila by sa odpoveď, ak by na návštevu prišla aj Kameňovčanka Gleja, ktorej sa tiež páčia **práve dvaja** z trojice trpaslíkov? Odpovede poriadne zdôvodnite.

# Tábor Mladých Matematikov

Aj tento rok organizuje Združenie Strom Tábor Mladých Matematikov (TMM). Je určený pre tých z vás, ktorí v školskom roku 2012/2013 budú v 6. až 9. ročníku základnej školy a 1. ročníku strednej školy. Žiaci osemročných gymnázií sa môžu TMM zúčastniť, ak budú v šk. roku 2012/2013 v príme až kvinte.

Tábor sa tohto roku uskutoční 14. – 24. augusta. Cena tábora nepresiahne 180 Eur. V cene je započítané ubytovanie, strava 5-krát denne, doprava a program. Ak máš nezamestnaného rodiča a rád by si sa tábora zúčastnil, ponúkame ti možnosť sociálneho príspevku, zľavu z účastníckeho poplatku (informuj sa).

Takže ak máš záujem, alebo poznáš niekoho, kto by mal o tábor záujem, na stránke `www.strom.sk/tabory` nájdeš všetky potrebné informácie. Prípadne sa nám ozvi mailom na adresu `tmm@strom.sk` a my Ti radi odpovieme na tvoje otazky.

# Vzorové riešenia úloh 1. série Letnej časti

**Úloha č. 1:**
*opravovali Ján Dudič & Anton Gromóczki & Florián Hatala*

Martin Šalagovič a Samuel Banas

**Zadanie:** Zafíry a diamanty niesli v debničkách tak, aby sa im nepomiešali. Hmotnosť debničiek naplnených len zafírmi bola 12, 25, 8 a 21 kg. Tie, ktoré obsahovali iba diamanty, vážili 17, 21 a 16 kg. Zladivojove obľúbené číslo bolo 33, a preto chcel niesť 33 kg zafírov alebo diamantov spolu, obsah debničiek však nesmel meniť. Ktoré debničky si mohol vybrať? Nájdite všetky riešenia.

**Riešenie:** Zladivoj chcel spolu niesť 33 kg drahých kameňov. Mohol niesť niektoré zo štyroch debničiek o hmotnosti 12, 25, 8 a 21 kilogramov, ktoré sú naplnené zafírmi, ale aj niektoré z 3 debničiek o hmotnosti 17, 21 a 16 kilogramov.

Najprv potrebujeme zistiť počet debničiek, ktoré mohol niesť naraz. 1 debničku niesť nemôže, pretože žiadna debnička nemá hmotnosť práve 33 kg. 3 a viac debničiek niesť nemôže, lebo ak sčítame hmotnosti troch najľahších debničiek, tak ich hmotnosť je väčšia ako 33 kg ($8 + 12 + 16 = 36$).

Už teda vieme, že Zladivoj nesie presne dve debničky. Máme debničky o hmotnosti 8, 12, 16, 17, 21, 21 a 25 kilogramov (21 dvakrát, pretože máme jednu debničku s diamantmi a jednu so zafírmi.) Ak od hmotnosti, ktorú chce Zladivoj niesť (teda 33 kg), odpočítame hmotnosť niektorej z debničiek, dostaneme hmotnosť, akú musí mať druhá debnička, ktorú si Zladivoj musí vybrať, aby spolu niesol 33 kg:

- $33 - 8 = 25$
- $33 - 12 = 21$ (dvakrát, pretože máme 2 rôzne debničky o hmotnosti 21)
- $33 - 16 = 17$

Ak sa teraz znova pozrieme na hmotnosti všetkých debničiek, prídeme na to, že všetky sa nám už vo výpočtoch nachádzajú, a tak nie je nutné rátať ďalej. Aj tak by sme sa dostali len k rovnakým možnostiam. Sú to tieto 4 riešenia:

- $8(Z) + 25(Z) = 33$
- $12(Z) + 21(Z) = 33$
- $12(Z) + 21(D) = 33$
- $16(D) + 17(D) = 33$

**Komentár:** Tak na začiatok by sme vás radi pochválili za to, koľkí z vás sa do tejto úlohy pustili, fakt sme sa nenudili. Ešte lepšie je, že takmer úplne všetci z vás prišli k správnemu riešeniu.

No a teraz trošku smutnejšie veci. Vždy vám prízvukujeme, že je veľmi dôležité písať kompletný postup riešenia, nielen napísať výsledok. Napriek tomu viac ako polovica riešení, ktoré ste nám poslali, obsahovala len minimálny, mnohokrát až žiaden postup. Dúfame, že sa z malého počtu bodov poučíte a v druhej sérii sa k nám dostanú len samé pekne popísané riešenia.

Vy, ktorí ste svoje riešenia pekne popísali, sa môžete tešiť z vysokých bodíkov, a predsa aj vy máte čo doháňať, aj vy ste pozabúdali na niektoré detaily alebo nám o nich aspoň nenapísali.

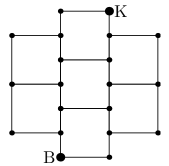
## Úloha č. 2:

*opravovali Adam Ulanovský & Róbert Hajduk*

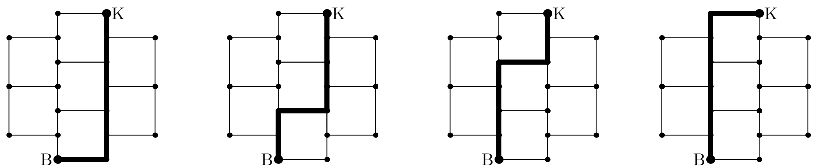
Tereza Rudzanová a Matej Hanus

**Zadanie:** V Listopádoch boli mestá usporiadané do šesťuholníkovej siete a vo všetkých z nich sa za prechod vyberal poplatok. Za prechod každých dvoch susediacich miest zaplatil spolu 100 vrecúšok diamantového prachu. Berwung si zakresli mapku ich cesty z Burinova do Kompostova a hľadal najprv najkratšiu a potom najlacnejšiu cestu. Ktoré cesty to boli a prečo? Nájdite všetky riešenia.

**Riešenie:** Úloha pozostáva z dvoch častí. Pre jednoduchosť si sieť trochu prekreslíme, a tak naše uvažovanie bude jednoduchšie. Ak chceme nájsť najkratšiu cestu, nemali by sme sa nikdy po ceste vracať, čo v našom prípade podľa obrázku znamená ísť smerom dolu, respektíve doľava.

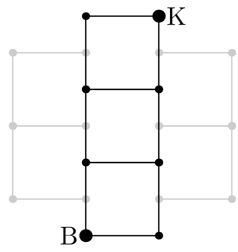



Teda v našom prípade musíme medzi mestami prechádzať len dohora alebo doprava. A navyše doprava len raz. Spolu takto vieme vytvoriť 4 najkratšie cesty:

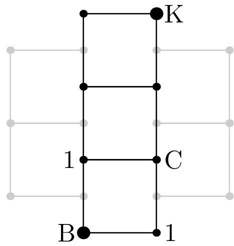


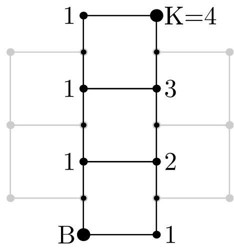

**Iné riešenie.**

Na nájdenie najkratšej cesty nepotrebujem časti vľavo a vpravo (sivé časti na obrázku), a tak mi z obrázka vystačí prostredná časť. Prečo? Ak by sme do týchto časti vošli pri ceste, tak z nich musíme aj vyjsť. V takomto prípade sa naša cesta len predĺži, nakoľko medzi mestami, kde som vošiel do ľavej (pravej časti) a kde som z ľavej (pravej) časti vyšiel, je aj iná, kratšia, cesta. Ostáva teda len prostredná časť. A tým sa nám úloha dosť podobá na úlohu zo zimnej časti tohto ročníka.



Popíšeme počet ciest mestám na ceste zo štartovného mesta do koncového mesta pri prechode mestami. Na obrázku sme vynechali mestá z prostrednej časti, ktoré sú spojené aj s mestom, ktoré nie je v prostrednej časti (naše riešenie to neovplyvní, ak by sme ich aj uvažovali). Do miest priamo susediacich s Burinovom sa viem dostať jediným spôsobom. Buď idem dohora, alebo vpravo. Do mesta $C$ sa vieme dostať len tak, že ideme hore a doprava alebo doprava a potom hore, teda spolu 2 spôsobmi. Všeobecne sa tam viem dostať súčtom možností, koľkými spôsobmi som sa dostal do miest, ktoré s ním susedili.




Takto ďalej pokračujeme, až vyčíslime počet najkratších ciest pre všetky mestá. Pre podrobný popis určenia počtu ciest si pozrite riešenie úlohy 3 v 1. sérii zimnej časti tohto ročníka. Riešenie nájdete v archíve.

Z obrázka teda vidíme, že cesty sú dokopy 4, už ich len zakresliť.

V druhej časti úlohy máme nájsť najkratšiu cestu. Keďže cena za prechod je rovnaká, najkratšia cesta bude aj najlacnejšia. Ešte stanovme jej cenu, aj keď v zadaní otázka na cenu priamo nebola.

Ak cena za prechod medzi dvoma mestami je 100 vrecúšok, tak zaplatil spolu 700 vrecúšok, nakoľko v najkratšej ceste bolo 7 prechodov medzi mestami. Ak údaj v zadaní beriem tak, že zaplatil 100 stále, keď prešiel dve mestá, zaplatil spolu 300. Pri svojej ceste prešiel 6 mestami, ak nerátame mesto, v ktorom začal a v ktorom skončil.

**Komentár:** V úlohe nebolo úplne jasné, či suma za prechod dvoch miest platí pre prechod z jedného mesta do druhého, alebo keď prejdeme obidve mestá. Preto sme uznávali obidve možnosti, ak ste sumu vyčísľovali. Každý, kto sa do riešenia úlohy pustil, našiel aspoň najkratšiu cestu. Aj keď občas neboli všetky. Tak nabudúce pozor na dôslednosť v tom, ako hľadáte riešenie.

## Úloha č. 3:

*opravovali Kristína „Krisa“ Faguľová & Tina Oravcová & Peter Vook*

Jakub Patrik

**Zadanie:** Po tom, čo ho Zladivoj hodinu prosil chôdzou po kolenách, lebo už museli ísť, z kôropadu vyliezli 4 červy. Každý predstavoval jedno z čísel kódu na odblokovanie kôropadu. Zladivoj si pamätal, že jeho kód bol nepárne číslo deliteľné číslom 5. Tiež vedel, že súčet číslic kódu bol jednociferný. Koľko takýchto kódov existuje? Nájdite všetky možnosti.

**Riešenie:** Zo zadania vieme, že hľadaný kód je štvorciferný, že je nepárny, deliteľný číslom 5 a jeho ciferný súčet je jednociferný.

Ak pochopíme zadanie tak, že kód je štvorciferné ČÍSLO, potom sa nemôže začínať nulou. Ďalej sa píše, že je nepárny a deliteľný číslom 5. Keďže podmienka deliteľnosti číslom 5 hovorí, že číslo je deliteľné číslom 5 len vtedy, ak sa končí 0 alebo 5 a podmienka pre nepárne číslo je, že posledné číslo je 1,3,5,7 alebo 9, potom posledná cifra hľadaného kódu je 5. Zostáva posledná informácia: súčet cifier je jednociferný. Keďže vieme, že na poslednom mieste sa nachádza 5, potom je určite ciferný súčet väčší ako 5. Ak by sa rovnal 5, museli by sme pred 5 doplniť tri nuly a číslo by tak nebolo štvorciferné. Môže sa teda rovnať zvyšným jednociferným číslam, a to sú: 6, 7, 8 a 9.

Poďme teraz postupne nájsť všetky vyhovujúce možnosti. Ak ciferný súčet = 6, potom ciferný súčet prvých 3 cifier čísla sa bude rovnať $6 - 5 = 1$. Ten vieme dosiahnuť kombináciou cifier 1 a 0, a keďže sa kód na nulu začínať nemôže, jediná vyhovujúca kombinácia v tomto prípade je:

- 1005

Ak by sa rovnal 7, potom súčet prvých 3 cifier čísla bude $7 - 5 = 2$. Dá sa získať kombináciou čísel 2, 1, 0 $(2 + 0, 1 + 1)$, vyhovujúce možnosti teda budú:

- 1015, 1105, 2005

Ak 8, potom $8 - 5 = 3$, získame ho kombináciou 3, 2, 1, 0 $(3 + 0, 2 + 1)$:

- 1115, 1025, 1205, 2015, 2105, 3005

Ak 9, potom $9-5 = 4$, je to kombinácia 4, 3, 2, 1 a 0 $(4+0, 3+1, 2+2, 1+1+2)$:

- 1125, 1215, 2115, 2025, 2205, 1035, 1305, 3015, 3105, 4005

Na záver už len spočítame všetky nájdené možnosti. Existuje teda 20 kódov, ktoré si mohol Zladivoj zvoliť (a zároveň sú čísla).

Ak zadanie pochopíme tak, že kódy nemusia byť štvorcifernými číslami (môžu sa teda začínať nulou), podobnou úvahou nájdeme ďalšie riešenia:

- Ciferný súčet 5, potom $5 - 5 = 0$: 0005
- Ciferný súčet 6: 0015, 0105
- Ciferný súčet 7: 0115, 0025, 0205
- Ciferný súčet 8: 0125, 0215, 0035, 0305
- Ciferný súčet 9: 0225, 0135, 0315, 0045, 0405

Takto nám vznikne ďalších 15 kódov. V tomto prípade teda spolu existuje 35 možných kódov.

**Komentár:** Úlohu vyriešila väčšina z vás správne, či už jedným, alebo druhým spôsobom. Pri všetkých, ktorí ste si našli vhodný a systematický spôsob na vypisovanie jednotlivých možností, sme sa mohli tešiť z pekných riešení, avšak mnohí ste ich hľadali nesystematicky, a tak kde tu nejaká možnosť zostala zabudnutá. Vy, ktorým táto úloha nevyšla celkom podľa vašich predstáv, nezúfajte, napraviť to môžete druhou sériou.

**Úloha č. 4:**

*opravovali Peter Milošovič & Daniel Ondra*

Anna Kleinová

**Zadanie:** Spolu nazbierali 57 húb. Dubáky, masliaky a pečiarky. Ak si Zladivoj vezme z košíka 46 húb, určite medzi nimi bude aspoň 5 dubákov. Ak z košíka vezme 35 húb, tak vie, že medzi nimi bude aspoň jeden masliak. Koľko bolo ktorých húb? Nájdite všetky riešenia.

**Riešenie:** Tretia veta zadania nám vlastne hovorí: Vezmem z košíka 46 húb tak, aby bolo medzi nimi čo najmenej dubákov. Potom som dokopy vybral aspoň 5 dubákov. Z toho vieme dôležitú informáciu o dubákoch - je ich aspoň toľko, koľko je rozdiel všetkých húb v košíku a tých 46, čo sme zobrali plus 5 dubákov, ktoré sú medzi tými 46. Teda je ich aspoň $(57 - 46) + 5 = 16$.

Podobne zistíme informáciu o masliakoch - je ich aspoň $(57-35)+1 = 23$. Zistime ešte, koľko ich tam môže byť najviac. Pre dubáky to bude toľko, koľko je rozdiel všetkých a súčtu minimálneho počtu ostatných dvoch. Keďže o pečiarkach je v zadaní len to, že tam nejaké boli, ich minimálny počet bude 1. Maximálne tam teda bude $(57-(23+1)) = 33$ dubákov. Masliakov bude najviac $(57-(16+1)) = 40$. A pečiarok $(57 - (16 + 23)) = 18$.

Teraz už vieme všetko, čo sa zo zadania dalo zistiť a potrebujeme nejaký spôsob, ako si rozumne vypísať všetky možnosti. Jedným z možných je pozerať sa na počet niektorých z dubákov, masliakov a pečiarok a k nim vždy nájsť vyhovujúce dvojice zo zvyšných dvoch druhov. Napríklad ak mám v košíku práve 20 dubákov, zvyšných húb je spolu 37. Takže možným počtom masliakov a pečiarok vyhovujú všetky dvojice, ktorých súčet je 37 a žiadna z nich neporuší podmienky pre minimálne a maximálne počty jednotlivých druhov húb. Čiže sú to dvojice, kde prejdeme od situácie 23 masliakov a $(37-23)$ pečiarok postupne zvyšovaním počtu masliakov o 1 a znižovaním počtu pečiarok o 1 až k situácii 36 masliakov a 1 pečiarka. Najprehľadnejšie je to pri tomto spôsobe, ak si vezmeme postupne možný počet pečiarok:

- 1. možnosť - 18 pečiarok - 23 masliakov a $(57 - 18 - 23) = 16$ dubákov

- 2. možnosť - 17 pečiarok - od 23 masliakov a $(57 - 17 - 23) = 17$ dubákov po $(57 - 17 - 16) = 24$ masliakov a 16 dubákov.

- . . . a tak ďalej, napr. 9. možnosť - 10 pečiarok - od 23 masliakov a $(57 - 10 - 23) = 24$ dubákov po $(57 - 10 - 16) = 31$ masliakov a 16 dubákov.

Ak by sa nám však nechcelo takto pracne všetko vypisovať, môžeme si vyrobiť jednoduchú tabuľku. Stĺpce budú predstavovať počet masliakov a budú očíslované od 23 po 40, riadky budú predstavovať počet dubákov a budú očíslované od 16 po 33. Každé políčko tabuľky bude potom reprezentovať počet pečiarok pre daný počet masliakov a dubákov, vyrátame ho jednoducho odrátaním súčtu čísla riadka a čísla stĺpca od počtu všetkých húb. Napríklad hodnota v stĺpci číslo 28 a riadku číslo 20 bude rovná $(57 - (20 + 28)) = 9$ a bude odpovedať situácii, keď máme v košíku 28 masliakov, 20 dubákov a 9 pečiarok. Písmenom "x" označíme prípady, kedy úloha pre dané počty dubákov a masliakov nemá riešenie.

| | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **16** | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| **17** | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x |
| **18** | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x |
| **19** | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x |
| **20** | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x |
| **21** | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x |
| **22** | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x |
| **23** | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x |
| **24** | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **25** | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **26** | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **27** | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **28** | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **29** | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **30** | 4 | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **31** | 3 | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **32** | 2 | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| **33** | 1 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |

**Komentár:** Najmenší možný počet pečiarok vo vašich riešeniach sa líšil podľa toho, ako ste pochopili zadanie. Ak sa však v zadaní píše, že v košíku boli pečiarky, neznamená to nutne, že museli byť aspoň dve. Za takéto drobnosti sa však body nestrhávali. Také niečo sa dialo iba v prípade, že ste nedostatočne vysvetlili, ako ste prišli k minimálnym hodnotám jednotlivých druhov húb alebo ak sa podľa vášho systému vypisovania húb nedali nájsť všetky vyhovujúce trojice. Veľa šťastia pri ďalšej sezóne.

## Úloha č. 5:

*opravovali Lucka Magurová & Samuel Kočiščák & Tomáš Daneshjo*

Samuel Banas

**Zadanie:** V hostinci predávali vrecúška s dvadsiatimi bobuľami Broborca, ktoré boli iba fialové, modré alebo bordové. Nevieme, ktorých bolo vo vrecúšku koľko. Vieme však, že obsah vrecúšok môže byť rôzny. Rol bol ochotný pomôcť len ak dostane 15 modrých bobúľ, Alzo iba za 12 fialových bobúľ a Siór iba za 16 bordových. Koľko najmenej vreciek musia Zlatislav, Berwung a Zladivoj kúpiť, aby mali istotu, že im aspoň jeden z vypasených trpaslíkov pomôže zachrániť Žigmunda? Vrecúška otvoria naraz. Odpoveď poriadne zdôvodnite.

**Riešenie:** Najjednoduchší spôsob je nájsť maximálny možný počet vrecúšok, pri ktorom ešte existuje aspoň jedno také riešenie, aby sme neuspokojili ani jedného trpaslíka. To bude ten prípad, v ktorom bude do splnenia hociktorej z podmienok chýbať jedna bobuľa. Čiže: $(16 - 1) + (15 - 1) + (12 - 1) = 40$. Zistili sme, že ak budeme mať 40 bobúľ, stále je tu možnosť, že nebudeme spĺňať podmienku ani jedného trpaslíka. Ale ak by sme pridali čo i len jednu bobuľu, určite sa splní aspoň jedna podmienka. Čiže podmienky budú určite splnené, ak budeme mať 41 bobúľ. Teraz zistíme, koľko je to vrecúšok: $41 : 20 = 2$, zvyšok 1. To znamená, že potrebujeme dve vrecúška a ešte jednu bobuľu. Lenže po jednej bobuli sa kupovať nedá, musíme preto kúpiť ešte jedno vrecúško, teda dokopy musíme mať tri vrecúška. Zlatislav, Berwung a Zladivoj musia kúpiť najmenej tri vrecká, aby mali istotu, že im aspoň jeden z vypasených trpaslíkov pomôže zachrániť Žigmunda.

**Komentár:** Veľa z vás prišlo na správne riešenie, väčšinou podobne, ako je to vo vzorovom riešení. Bolo si hlavne treba uvedomiť, kedy je dosť bobúľ na to, aby aspoň z jednej farby ich bolo dostatočne veľa, a kedy ešte nie, a potom už len spočítať vrecká. Najviac sme teda strhávali body za to, že ste dostatočne (alebo vôbec) nevysvetlili, ako ste prišli k danému výsledku. Ak máte niekde chybu z nepozornosti, ale máte dobre celý postup, máme vám za čo dať body, ak však máte len zlý výsledok, je to škoda a nás mrzí, že vám musíme dať nulu.

## Úloha č. 6:

*opravovali Ivana Sopatová & Lucia Čabrová & Mojmír Stehlík*

Matej Hanus, Viktória Brezinová, Radovan Lascsák

**Zadanie:** Žigmund poznal každého z troch trpaslíkov perfektne a vedel, že každý buď vždy klame alebo vždy hovorí pravdu. Ktorí z nich hovoria vždy pravdu? Vyjadrili sa takto:
Zladivoj: „Aspoň dvaja z nás vždy klamú.“
Zlatislav: „Aspoň jeden z nás vždy klame.“
Berwung: „Toto nie je moje, to vidím prvýkrát.“

**Riešenie:** Rozoberme si postupne vyjadrenia jednotlivých trpaslíkov. Prvý je na rade Zladivoj. Ak by hovoril pravdu, zvyšní dvaja trpaslíci by museli klamať. To však zjavne neplatí, pretože Zlatislavov výrok by bol potom pravdivý, pretože naozaj by aspoň jeden z nich klamal. Zladivoj teda nehovorí pravdu nikdy. Takže v skutočnosti nám hovorí presný opak, a teda že „Najviac jeden z nás vždy klame.“ No a keďže z trpaslíkov už klame práve jeden, ostatní z trojice musia vždy hovoriť pravdu. Stačí sa už len pozrieť na ich výroky a skontrolovať, či naozaj môžu byť oba pravdivé (inak by úloha nemala riešenie). Vidíme, že Zlatislav hovorí pravdu (lebo aspoň Zladivoj klame) a Berwung netvrdí nič, čo by sme pri našich informáciách mohli vyhlásiť za nepravdivé. Pravdu preto vždy hovoria Zlastislav s Berwungom.

**Komentár:** Trošku vás tieto výroky potrápili. Pár múdrych rád Eňa Veľkého:

1. Nevypisujte všetky možnosti, výroky logicky odvíjajte jeden od druhého.
2. Ak zistíte, že niekto klame, jediné, čo potrebujete urobiť, je overiť, čo sa stane, ak hovorí pravdu. Netreba robiť nové kombinácie možností.
3. Ak zistíte, že niekto klame, je potrebné overiť, či úloha má naozaj riešenie.
4. Ak už konečne nájdete riešenie, ukážte, že iné nie sú.

Eňo verí, že vám pomohol. Tak nabudúce si svoje riešenie prečítajte, lebo Eňov zoznam múdrych rád bude dlhší. Omnoho dlhší.

# Poradie riešiteľov po 1. sérii

| *Poradie* | *Meno* | *Trieda* | *Škola* | *Poč.* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *Pr.* | *Súčet* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. – 2. | Michal Horanský | 5. C | ZSkaBA | 0 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 7 | 9 | 54 |
| | Matej Hanus | 5. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 54 |
| 3. – 7. | Róbert Sabovčík | 5. A | ZKro4KE | 0 | 5 | 9 | 9 | 8 | 9 | 9 | 8 | 52 |
| | František Gábor | 5. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 7 | 8 | 52 |
| | Martin Šalagovič | Prima | GAlejKE | 0 | 9 | 9 | 9 | 8 | 8 | 9 | 0 | 52 |
| | Pavol Klein | Prima | GSNP PN | 0 | 7 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 0 | 52 |
| | Anna Kleinová | 3. A | ZŠtefPN | 0 | 9 | 7 | 9 | 9 | 9 | 6 | 9 | 52 |
| 8. | Samuel Banas | 4. C | ZBrezPN | 0 | 9 | - | 8 | 9 | 9 | 7 | 9 | 51 |
| 9. | Viktória Brezinová | Prima | GAlejKE | 0 | 6 | 9 | 9 | 8 | 9 | 9 | 0 | 50 |
| 10. – 15. | Radovan Lascsák | 5. B | ZKro4KE | 0 | 3 | 8 | 9 | 7 | 9 | 9 | 7 | 49 |
| | Martin Albert Gbúr | 5. A | ZKro4KE | 0 | 8 | 7 | 9 | 9 | 9 | 6 | 7 | 49 |
| | Jakub Mičko | 3. B | ZKro4KE | 0 | 6 | 9 | 7 | 8 | 9 | 7 | 9 | 49 |
| | Jakub Patrik | 5. A | ZKro4KE | 0 | 7 | 9 | 9 | 8 | 9 | - | 7 | 49 |
| | Peter Zimovčák | 5. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 6 | 9 | 7 | 9 | 9 | 7 | 49 |
| | Samuel Krajči | Prima | GAlejKE | 0 | 7 | 9 | 9 | 9 | 8 | 7 | 0 | 49 |
| 16. – 17. | Silvia Berecká | 5. A | ZKro4KE | 0 | 7 | 7 | 9 | 5 | 8 | 9 | 7 | 47 |
| | Michal Masrna | 5. B | ZKro4KE | 0 | 4 | 9 | 9 | 7 | 8 | 7 | 7 | 47 |
| 18. | Martin Mičko | Prima | GAlejKE | 0 | 6 | 9 | 7 | 8 | 9 | 7 | 0 | 46 |
| 19. – 20. | Dávid Štulajter | 5. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 7 | 6 | - | 9 | 9 | 6 | 45 |
| | Frederik Ténai | 4. S | ZAngeKE | 0 | 4 | - | 9 | 5 | 9 | 9 | 9 | 45 |
| 21. – 22. | Andrea Faguľová | 5. A | ZŠkolMG | 0 | 5 | 7 | 9 | 4 | 9 | 9 | 5 | 44 |
| | Tomáš Chovančák | 5. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 7 | 8 | 5 | 9 | 6 | 6 | 44 |
| 23. – 25. | Lenka Kopfová | 6. A | ZHradCZ | 0 | 8 | 8 | 9 | 2 | 9 | 7 | 0 | 43 |
| | Soňa Liptáková | 5. B | ZKro4KE | 0 | 7 | 8 | 9 | 5 | 2 | 9 | 5 | 43 |
| | Jana Holečková | 5. A | ZTomaMT | 0 | 5 | 8 | 9 | 5 | 9 | 7 | 5 | 43 |
| 26. – 28. | Jakub Pravda | 5. A | ZSkaBA | 0 | 1 | 5 | 8 | 7 | 9 | 8 | 5 | 42 |
| | Benjamín Mravec | 5. B | ZKro4KE | 0 | 8 | 6 | 7 | 7 | 8 | 4 | 6 | 42 |
| | Samuel Chaba | Prima | GAlejKE | 0 | 8 | 8 | 9 | 3 | 9 | 5 | 0 | 42 |
| 29. – 30. | Jonáš Suvák | 6. C | ZŠmerPO | 0 | 8 | 9 | 8 | 5 | 5 | 5 | 0 | 40 |
| | Martin Melicher | 6. A | ZKro4KE | 0 | 9 | 9 | 9 | - | 7 | 6 | 0 | 40 |
| 31. – 33. | Michal Kavuľa | 5. B | ZKro4KE | 0 | 4 | 4 | 9 | 7 | 9 | - | 4 | 37 |
| | Filip Csonka | Prima | GAlejKE | 0 | 4 | 7 | 7 | 7 | 4 | 8 | 0 | 37 |
| | Martin Mihálik | Prima | GAlejKE | 0 | 4 | 7 | 6 | 8 | 9 | 3 | 0 | 37 |
| 34. | Patrik Leinstein | 6. A | ZStarKE | 0 | 8 | 7 | 9 | 9 | - | 2 | 0 | 35 |
| 35. | Patrik Paľovčík | 5. A | ZKro4KE | 0 | 3 | 7 | 8 | 6 | - | 7 | 3 | 34 |
| 36. | Martin Kuľka | 5. | ZSDrienov | 0 | 3 | 7 | 7 | 5 | 8 | 2 | 3 | 33 |
| 37. | Radovan Vaško | 4. A | ZGesaBA | 0 | 6 | 5 | 3 | 4 | 7 | 3 | 7 | 32 |
| 38. | Tereza Rudzanová | Prima | GAlejKE | 0 | 6 | 9 | 9 | 5 | 2 | 0 | 0 | 31 |
| 39. | Lukáš Záhradník | 4. A | ZGesaBA | 0 | 3 | 7 | 5 | 1 | 7 | 0 | 7 | 30 |
| 40. – 41. | Samuel Lowinger | 4. A | ZGesaBA | 0 | 4 | 5 | 3 | 4 | 6 | 2 | 6 | 28 |
| | Matej Tarča | 5. B | ZKro4KE | 0 | 5 | 9 | 6 | - | 2 | 4 | 2 | 28 |
| 42. – 45. | Tereza Straková | 6. C | ZBajkPO | 0 | 4 | 9 | 8 | 5 | 0 | 1 | 0 | 27 |
| | Martin Berká | 5. B | ZKro4KE | 0 | 5 | 7 | 9 | - | - | 6 | - | 27 |
| | Adam Brziak | 4. A | ZGesaBA | 0 | 3 | 7 | 1 | 1 | 7 | 2 | 7 | 27 |
| | Šimon Juhás | 6. A | ZKro4KE | 0 | - | 9 | 7 | 2 | - | 9 | 0 | 27 |
| 46. | Dárius Pacholský | 5. A | ZKro4KE | 0 | 9 | - | 9 | - | - | 6 | - | 24 |
| 47. | Ivan Čabra | 5. A | ZStanKE | 0 | 5 | 7 | 8 | - | - | 3 | - | 23 |
| 48. – 50. | Branislav Chudík | 4. A | ZGesaBA | 0 | 3 | 8 | 0 | 1 | 1 | 1 | 8 | 22 |
| | Dina Szanyová | 4. A | ZGesaBA | 0 | 1 | 9 | 1 | 2 | 0 | 0 | 9 | 22 |
| | Lenka Pevná | 4. A | ZGesaBA | 0 | 6 | 6 | 2 | 1 | 0 | 1 | 6 | 22 |
| 51. | Barbora Hoťková | 4. A | ZGesaBA | 0 | 3 | 3 | 0 | 1 | 7 | 0 | 7 | 21 |
| 52. – 53. | Magdaléna Heveriová | 6. B | ZStanKE | 0 | 3 | 1 | 7 | 5 | 2 | 2 | 0 | 20 |
| | Juraj Zifčák | 4. A | ZGesaBA | 0 | 3 | 7 | 0 | 1 | 0 | 2 | 7 | 20 |
| 54. | Dominik Červený | 5. B | ZKro4KE | 0 | 3 | 7 | 6 | - | 0 | 3 | 0 | 19 |
| 55. – 56. | Michal Tarnai | 4. A | ZGesaBA | 0 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 | 18 |

| *Poradie* | *Meno* | *Trieda* | *Škola* | *Poč.* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *Pr.* | *Súčet* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Marek Lukáč | 6. A | ZKro4KE | 0 | 4 | 7 | 5 | 1 | 1 | - | 0 | 18 |
| 57. – 58. | Matúš Ferenčuha | 6. A | ZKro4KE | 0 | 3 | 7 | 6 | - | 0 | 0 | 0 | 16 |
| | Filip Miroslav Kucka | 5. C | – | 0 | 3 | 5 | 0 | 2 | 6 | 0 | 0 | 16 |
| 59. | Matúš Martinek | 5. A | ZLucnVT | 0 | 3 | 7 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 | 15 |
| 60. – 61. | Matej Bačo | 5. B | ZKro4KE | 0 | 4 | 2 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 12 |
| | Nika Mészárosová | 4. A | ZGesaBA | 0 | 0 | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 5 | 12 |
| 62. | Dominik Cicko | 4. A | ZGesaBA | 0 | 0 | 5 | 0 | 1 | - | 0 | 5 | 11 |
| 63. | Tomáš Mihálik | Prima | GAlejKE | 0 | 4 | - | 6 | - | - | - | 0 | 10 |
| 64. | Jakub Kučerák | 4. A | ZKro4KE | 0 | 4 | - | - | - | - | - | 4 | 8 |
| 65. | Dávid Stripaj | 6. A | ZKro4KE | 0 | - | 7 | - | - | - | - | 0 | 7 |
| 66. | Tomáš Miškov | Prima B | GTr12KE | 0 | - | - | - | - | - | 6 | 0 | 6 |
| 67. | Lila Jacková | 4. A | ZGesaBA | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 5 |
| 68. | Dominik Lidko | 4. A | – | 0 | - | - | - | - | 0 | - | 0 | 0 |


# *Za podporu a spoluprácu ďakujeme*

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

**Názov:** MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • apríl • Letná časť 21. ročníka (2011/2012)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`

AGENTÚRA NA PODPORU VÝSKUMU A VÝVOJA

Aktivita je podporená z grantu APVV LPP–0057–09
*Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží*