MALYNÁR

Číslo 5 • Apríl 2015 Letná časť 24. ročníka

Ahojte!

Veľká Noc a posledné prázdniny tohto školského roku sú už za nami. Kým sa niektorí lyžujú, iní sa zas vyhrievajú na slniečku. Či robíte to, či ono, netreba zabúdať, že posledná séria je tu a s ňou aj posledná možnosť dostať sa na sústredenie. Dúfame, že sa vám v nej bude dariť a veľmi radi vás privítame aj na našej súťaži Mamut.

vaši milovaní vedúci

Vzorové riešenia 1. série úloh Letnej časti

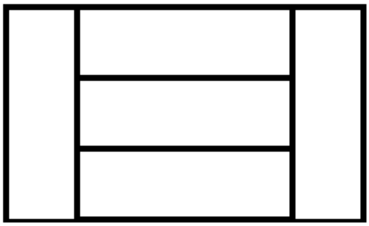
Úloha č.1:

Opravovali: Tóno Gromóczki & Jakub Mach & Katka Kuľková

všetci 9-bodoví *Počet riešiteľov: 76*

Zadanie:

Obvod tvaru obdĺžnika na obrázku je tvorený z 5 rovnako malých obdĺžnikov. Obvod veľkého obdĺžnika je 48 milimetrov. Aký je obvod jedného z malých obdĺžnikov?



Riešenie:

Venujme sa najprv jednému z malých obdĺžnikov a označme si jeho strany. Povieme si teda, že kratšia strana jedného z malých obdĺžnikov bude mať dĺžku a, pričom tá dlhšia strana bude mať dĺžku b. To bude platiť v každom malom obdĺžniku, kvôli podmienke zo zadania, že sú rovnaké.

Teraz sa môžeme vrátiť k veľkému obdĺžniku. Kratšia strana tohto obdĺžnika je rovnaká ako dlhšia strana menšieho obdĺžnika, ktorú sme si označili b. V strednej časti tohto obdĺžnika sú na sebe poskladané tri malé obdĺžniky tak, že súčet dĺžok ich kratších strán sa rovná kratšej strane veľkého obdĺžnika, o ktorej sme pred chvíľou zistili, že sa rovná dĺžke b. Z toho dostávame vzťah: $b = 3a$, teda dlhšia strana malého obdĺžnika je trojnásobkom jeho kratšej strany.

Obvod celého veľkého obdĺžnika je vlastne súčtom štyroch dlhších a štyroch kratších strán jedného malého obdĺžnika. Keď to spojíme s predchádzajúcim zistením dozvieme sa, že obvod veľkého obdĺžnika je rovný súčtu $4a + 4b = 4a + 12a = 16a$, teda šestnásťnásobku kratšej strany malého obdĺžnika, ktorej dĺžku vieme vypočítať ako obvod predelený šestnástimi. To je $48 : 16 = 3$ milimetrov.

Teraz vieme vypočítať aj dĺžku dlhšej strany malého obdĺžnika, pretože tá je rovná trojnásobku dĺžky tej kratšej, teda 9 mm a keď už poznáme dĺžky strán obdĺžnika, vieme aj vypočítať jeho obvod ako: $3 + 9 + 3 + 9 = 24$ milimetrov.

Iné riešenie:

Najprv si označme všetky dĺžky strán rovnako ako v predchádzajúcom riešení. Teraz si vyjadrime obvod veľkého obdĺžnika pomocou dĺžok strán malého obdĺžnika.

Všimnime si, že je to vlastne súčet štyroch dlhších strán malého obdĺžnika a štyroch kratších strán malého obdĺžnika, teda $4a + 4b$. Ak si teraz vyjadríme obvod malého obdĺžnika, zistíme že je to $2a+2b$, teda súčet dvoch kratších a dvoch dlhších strán malého obdĺžnika. To je presne polovica z obvodu veľkého obdĺžnika, preto je odpoveď $48 : 2 = 24$ milimetrov.

Komentár:

Príjemne nás prekvapilo, aké rôznorodé vaše riešenia boli. Našli ste viacero rôznych spôsobov, ako ukázať vzťahy, ktoré boli na vyriešenie úlohy potrebné. Najväčším problémom však bolo nedostatočné vysvetlenie - časť riešenia chýbala alebo nebolo vôbec vysvetlené, prečo to, s čím chcete ďalej počítať, naozaj platí. Pri písaní riešenia vám odporúčame nespoliehať sa na to, že je niečo samozrejmé alebo očividné.

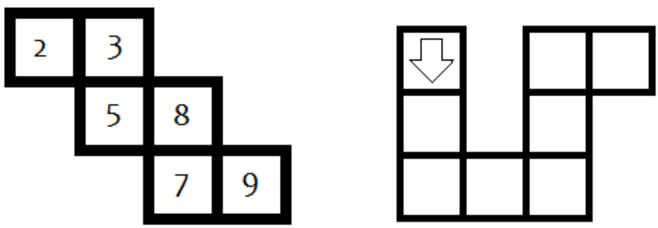
Úloha č.2:

Opravovali: Roman Staňo & Zoli Hanesz

Richard Vodička *Počet riešiteľov: 69*

Zadanie:

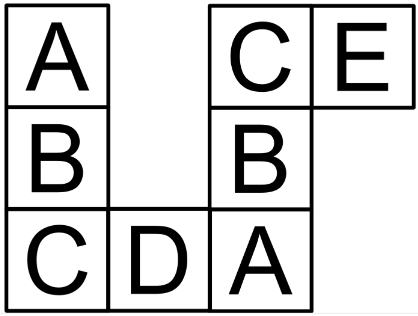
Číslo 3 je kocka, ktorej plášť je nakreslený na obrázku. Táto kocka sa kotúľa po plániku (začína na políčku so šípkou), pričom sa čísla na jej stranách odtláčajú na podlahu. Aký je maximálny a minimálny súčet otlačených čísel?



Riešenie:

Na prvé políčko plániku môže byť kocka položená jednou zo 6 stien. Keďže každá stena susedí so 4 ďalšími stenami, sú 4 spôsoby ako sa môže pretočiť na druhé políčko. Potom je jej pohyb už jasne daný plánikom. To dáva dokopy $4 \cdot 6 = 24$ možností, pre ktoré spočítame súčty otlačených čísel a nájdeme minimum a maximum. Toto riešenie je síce správne, no veľmi zdlhavé a pracné.

Omoho jednoduchšie je pracovať s kockou všeobecne. Prvým krokom je zostavenie kocky podľa daného plásťa. Po chvíli zistíme, že číslo 2 je na kocke oproti číslu 8, číslo 3 je oproti číslu 7 a číslo 5 je oproti číslu 9. Kotúľajme kocku po plániku a označujme jednotlivé políčka písmenami, podľa otlačeného čísla.



Všimnime, že na prvom (A) a piatom (A) políčku sa otlačia rovnaké čísla, podobne aj na treťom (C) a siedmom (C) a tiež druhom (B) a piatom (B). Za zmienku tiež stojí, že na štvrtom (D) a ôsmom políčku (E) sa otlačia protiľahlé čísla. Každé z čísel A, B, C, D, E je pritom rôzne. Celkový súčet otlačených čísel potom vieme napísať ako $A+B+C+D+A+B+C+E$, teda $2A+2B+2C+D+E$. Hľadajme najprv maximum tohto súčtu. Rozoberme tri možnosti podľa toho, ktorá z dvojíc protiľahlých čísel sa otlačí na políčka D, E:

1.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 2 a 8 (keďže hľadáme súčet, je nám zatiaľ jedno v akom). Potom hľadáme maximálnu možnú hodnotu $2A + 2B + 2C + 2 + 8$, kde číslam A, B, C priradíme nejaké tri rôzne zo zvyšných čísel - 3, 5, 7, 9. Je jasné, že náš súčet má najvyššiu možnú hodnotu práve vtedy, keď má $A + B + C$ najvyššiu možnú hodnotu, čo je práve vtedy, keď za A, B, C zvolíme čísla 9, 7 a 5 (v nejakom poradí). V takom prípade má naš súčet maximálnu hodnotu: $2 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 + 2 + 8 = 18 + 14 + 10 + 2 + 8 = 52$.

2.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 3 a 7. Tentokrát budeme A, B, C hľadať medzi číslami 2, 5, 8, 9. Podobne ako v 1.) nájdeme najväčší možný súčet pre túto možnosť ako: $2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5 + 3 + 7 = 54$.

3.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 5 a 9. Tentokrát budeme A, B, C hľadať medzi číslami $2, 3, 7, 8$. Podobne ako v 1.) a v 2.) nájdeme najväčší možný súčet pre túto možnosť ako: $2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + 5 + 9 = 50$.

Vyzerá to tak, že teoretické maximum súčtu je 54, ale pozor! Pri vyberaní čísel do maximálneho súčtu $A + B + C$ sme nevyužívali ich vzájomnú polohu na kocke. Musíme teda ešte zistiť či skutočne existuje taká poloha a kotúľanie kocky, ktoré otlačí súčet 54. Ľahko prídeme na to, že nám stačí postaviť kocku napr. tak, aby sa na prvé políčko otlačilo číslo 9 a na druhé číslo 8 (zvyšok cesty už je jednoznačne daný). Ukázali sme teda, že existuje postavenie kocky, pri ktorom sa na plánik otlačí súčet 54 a zároveň, že žiaden väčší súčet otlačiť nevieme.

Minimum budeme hľadať len s tým rozdielom, že do súčtu A, B, C budeme vyberať čísla tak aby sme dostali najmenší možný súčet. Znova pritom rozoberieme tri prípady:

1.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 2 a 8. Potom musíme za A, B, C zvoliť čo najmenšie čísla zo zvyšných – 3, 5, 7, 9, lebo práve vtedy bude celkový súčet najmenší. Minimum má v tomto prípade hodnotu: $2 \cdot (3 + 7 + 5) + (2 + 8) = 40$.

2.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 3 a 7. Znovu hľadáme najmenšie čísla spomedzi $2, 5, 8, 9$. Podobne ako v 1.) zistíme, že minimum má v tomto prípade hodnotu: $2 \cdot (2 + 5 + 8) + (3 + 7) = 40$.

3.) Nech sa na políčkach D, E v nejakom poradí nachádzajú čísla 5 a 9. Znovu hľadáme najmenšie čísla spomedzi 2, 3, 7, 8. Podobne ako v 1.) a 2.) zistíme, že minimum má v tomto prípade hodnotu: $2 \cdot (2 + 3 + 7) + (5 + 9) = 38$

Vyzerá to tak, že teoretické minimum súčtu je 38, no podobne ako pri maxime, musíme aj tu zistiť, či je skutočne možné ho dosiahnuť. Ak kocku umiestime tak aby sa na prvé políčko otlačilo číslo 3 a na druhé číslo 2, zistíme, že vzniknutý súčet je práve 38. Opäť sme tak našli hodnotu, pre ktorú sme dokázali, že naozaj existuje a žiadna menšia nie je.

Keď to zhrnieme, maximálny možný súčet je 54 a minimálny 38.

Komentár:

Mnohí riešitelia sa dostali k správnemu výsledku. Niektorí rovnakým postupom ako v našom riešení, iní vypísaním všetkých možností, no našli sa aj takí čo ho len uhádli alebo tipli. Výsledok však nie je všetko a body ste strácali najmä na tom, že ste nevysvetlili svoj postup, alebo ste v ňom používali nejaké tvrdenia bez dôkazu. O niečo závažnejšou chybou bolo rozobratie len niektorých prípadov položenia kocky na prvé políčko plániku. Ak sa rozhodnete riešiť úlohu tak, že vypisujete možnosti, dajte si záležať na tom, aby boli naozaj všetky. Inak je podobný postup neúplný a teda nesprávny.

Úloha č.3:

Opravovali: Floro Hatala & Naty Česánková

Matúš Legát, Chiara Lukáčová *Počet riešiteľov: 71*

Zadanie:

Turnaj v hraní piškvoriek sa hrá tak, že proti sebe vždy hrajú dvaja hráči a hrajú na "tri víťazné partie" (hráč, ktorý ako prvý vyhrá dokopy tri partie zvíťazil nad svojim protivníkom). V prvom kole turnaja máme 16 hráčov, ktorí hrajú vo dvojiciach proti sebe. Z každej dvojice víťaz postupuje do ďalšieho kola. V druhom kole teda hrá 8 hráčov. V treťom kole hrajú štyria hráči a v poslednom kole proti sebe hrajú dvaja najlepší, z ktorých víťaz sa stal víťazom turnaja. Do ktorých kôl sa mohol dostať hráč, ktorý dokopy prehral 5 partií? Do ktorých kôl sa mohol dostať hráč, ktorý dokopy vyhral 7 partií? Aký je najväčší a najmenší možný počet partií, ktorý mohol odohrať víťaz turnaja?

Riešenie:

Jedným z účastníkov turnaja bol napríklad aj Fero. V momente keď Fero, alebo jeho protivník vyhrá práve 3 partie kolo končí, preto každé kolo nie len pre Fera muselo skončiť jedným z týchto prípadov:

výhry	3	3	3	0	1	2
prehry	0	1	2	3	3	3

To znamená, že najväčší možný počet výhier alebo prehier v jednom kole je tri, no jeden z hráčov potom musí vypadnúť z celého turnaja.

Do ktorých kôl sa mohol dostať hráč, ktorý dokopy prehral 5 partií?
Tento hráč nemohol vypadnúť už v prvom kole. Prečo? Lebo by prehral na celom turnaji iba 3-krát. Zadanie však hovorí, že prehral 5-krát. Nech sa stalo čokoľvek tento hráč sa dostal aspoň do druhého kola. Mohol by vypadnúť v druhom kole? Ak v prvom kole vyhral 3-krát a 2-krát prehral mal by na konte už 2 prehry. Potom by v druhom kole prehral 3-krát, vypadol by z turnaja a mal by na konte práve 5 prehier. Taktiež by mohol vypadnúť v treťom kole ak by jeho kolá dopadli napríklad takto: $3V : 0P$, $3V : 2P$, $2V : 3P$
Vypadnutie vo štvrtom kole by vyzeralo: $3V : 0P$, $3V : 0P$, $3V : 2P$, $2V : 3P$
Takto mohol celý turnaj vyhrať: $3V : 0P$, $3V : 1P$, $3V : 2P$, $3V : 2P$

Do ktorých kôl sa mohol dostať hráč, ktorý dokopy vyhral 7 partií?
Z tabuľky vidíme, že buď hráč v kole vyhral 3-krát alebo vypadol. Ak hráč vyhral na turnaji 7-krát tak musel vyhrať prvé aj druhé kolo čím dokopy získal už 6 výhier. Tento hráč podľa zadania mohol získať už len 1 výhru a preto vypadol v treťom kole, ktoré muselo skončiť ako $1V : 3P$.

Aký je najväčší a najmenší možný počet partií, ktorý mohol odohrať víťaz turnaja?
Víťaz celého turnaju musel vyhrať všetky štyri kolá. Najmenej hier by si zahral ak sa mu celý turnaj podarilo vyhrať bez jedinej prehranej partie. Na výhru v jednom kole by potreboval 3 partie. Turnaj má 4 kolá a preto najmenší počet partií víťaza mohol byť 12 partií. Najviac hier mohol odohrať tak, že v každom zo štyroch kôl vyhral 3 a prehral 2 partie. Vyhrať viac partií už nemohol, lebo po vyhratí 3 partií automaticky postúpi do ďalšieho kola a prehrať 3 partie nemohol, lebo by vypadol z turnaja. 4 kolá po 5 partii je 20 odohraných partií na turnaji.

<u>Komentár:</u>

Väčšina riešiteľov pochopila prvú otázku tak, ako bola vysvetlená vo vzorovom riešení. Otázku bolo možné pochopiť aj tak, že ak sa hráč, čo prehral 5 partií mohol dostať do 4. kola, tak tento hráč musel hrať vo všetkých kolách, aby postúpil až do finále. Takéto vysvetlenie sme nebrali ako chybu, ak bol postup riešenia správne vysvetlený.

Občas ste však prešpekulovali odpoveď na druhú otázku. Odpoveď typu: Mohol by postúpiť maximálne do 3. kola. dáva priestor na to, aby tento hráč vypadol napríklad aj v prvom kole. Hráč so siedmimi výhrami postúpil práve do 3. kola, kam sa dostal tak, že vyhral prvé i druhé kolo.

Úloha č.4:

Opravovali: Monika Zlaczka & Juraj Mičko

🏆*Ema Černická, Timotej Pudelský, Eva Krajčiová* *Počet riešiteľov: 76*

Zadanie:

Zo svedkov Adama, Borisa, Cecílie a Daniela každý jeden buď vždy klame, alebo vždy hovorí pravdu. Adam povedal: "Cecília hovorí pravdu." Boris povedal: "Adam klame." Cecília povedala: "Ja hovorím pravdu." Daniel povedal: "Aspoň dvaja z nás klamú." Ktorí svedkovia hovoria pravdu a ktorí klamú?

Riešenie:

Pozrime sa napríklad na výroky Adama a rozoberme všetky jeho možnosti. Teda, takéto možnosti sú len dve: buď hovorí pravdu alebo klame.

1. Predpokladajme, že Adam hovorí pravdu. Z jeho výroku vyplýva, že aj Cecília hovorí pravdu. Boris klame, lebo jeho výrok „Adam klame" je nepravdivý. Teraz prichádza na rad Daniel.

   a. Ak by Daniel hovoril pravdu, znamenalo by to, že dvaja z nich klamú. Lenže klame iba Boris, ostatní hovoria pravdu.

   b. Ak by Daniel klamal, z jeho výroku potom vyplýva, že najviac jeden z nich klame. Lenže v tomto prípade klamú už dvaja: Boris a Daniel, takže Danielov výrok je pravdivý.

   Tu sme došli k sporu, ani jedna z možností neprichádza do úvahy.

2. Predpokladajme, že Adam klame. Z jeho výroku potom vyplýva, že aj Cecília klame, pričom jej výrok je bez sporu. Borisov výrok je pravdivý, teda Boris hovorí pravdu. Zo svedkov už klamú dvaja (Adam a Cecília). Takže bez ohľadu na to, či Daniel bude klamať alebo hovoriť pravdu, jeho výrok bude stále pravdivý, preto musí hovoriť pravdu. Po dodatočnom overení zistíme, že toto je jedna možnosť.

Prešli sme naozaj všetkými možnosťami - Adam hovorí pravdu alebo klame. To, či klamú ostatní, sa odvíjalo od predpokladu s Adamom.

Úloha má len jedno riešenie: Adam a Cecília klamú, Boris a Daniel hovoria pravdu.

Komentár:

Spôsobov, ako správne dôjsť k výsledku, je mnoho. Bolo na vás, ktorý si vyberiete. Väčšina z vás si všimla niektoré pevné vzťahy medzi svedkami. Napríklad to, že Adam má pravdu práve vtedy, keď Boris klame. Tiež platí, že Adam a Cecília buď klamú, alebo obaja hovoria pravdu. Najčastejšie chyby ste však robili v tom, že ste nepokryli všetky situácie a prípad, ktorý by mohol nastať, ste nepreskúmali.

Úloha č.5:

Opravovali: Lucia Čabrová & Kubo Genči

🏆*Martin Čabra* *Počet riešiteľov: 68*

Zadanie:

Šachového turnaja sa zúčastnili štyria súťažiaci. V turnaji si zahral každý z nich s každým súperom práve raz. Víťaz partie dostal 2 body, pri remíze obaja hráči dostali po jednom bode a za prehru bolo 0 bodov. Keď sa Albert pozrel na výsledné poradie zapamätal si z neho toto: Žiadni dvaja hráči nemali rovnako veľa bodov. Najviac bodov mala Katka, druhý bol Hugo, tretia bola Alžbeta a posledný bol Samo. Samo nemal 0 bodov. Koľko bodov mal ktorý súťažiaci? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Najprv si musíme uvedomiť, že v každej partii sa rozdali 2 body, bez ohľadu na to, ako partia dopadla. Koľko partií sa počas turnaja odohralo? Bolo ich 6. To znamená, že na konci turnaja mali všetci dokopy 12 bodov. Jeden hráč mohol získať maximálne 6 bodov, pretože každý hral proti trom súperom.

Aké najnižšie počty bodov mohli súťažiaci dosiahnuť? Samo mohol získať 1 bod, Alžbeta mohla získať 2 body, Hugo 3 body a Katka získala 4 body. V tomto prípade je súčet bodov 10. Turnaj samozrejme takto dopadnúť nemohol, no vieme povedať aj to, že Katka mala aspoň 5 bodov (to znamená, že mala 5 alebo 6 bodov).

Mohol mať Samo 2 body? Ak by ich mal tak Alžbeta mala aspoň 3 body, Hugo aspoň 4 body a Katka aspoň 5 bodov. V tomto prípade je súčet bodov 14. Keďže je to viac ako 12 tak vieme povedať, že Samo určite nemohol mať 2 body. A keď nemohol mať 2 body tak ich nemohol mať ani viac.

Vieme, že Alžbeta má aspoň 2 body. Môže však mať 3 body? Ak by ich mala tak turnaj dopadne takto: Samo má 1 bod, Alžbeta má 3 body, Hugo má aspoň 4 body a Katka má aspoň 5 bodov. Keď sčítame tieto hodnoty dostaneme súčet 13. Keďže je to viac ako 12 tak vieme, že Alžbeta nemohla mať 3 alebo viac bodov.

Vieme, že Samo má 1 bod, Alžbeta má 2 body a Katka má 6 alebo 5 bodov. Poďme teraz zistiť ako mohol turnaj dopadnúť. Povedzme, že Katka mala 6 bodov. Potom Hugo musel mať $12 - (6 + 2 + 1) = 3$ body. Vieme koľko bodov mal kto, no mohol turnaj naozaj takto dopadnúť? Turnaj takto dopadol napríklad vtedy ak Katka vyhrala všetky partie, ktoré hrala, Hugo vyhral partiu s Alžbetou a remízoval so Samom a Alžbeta porazila Sama. Máme teda prvé riešenie.

Teraz si však povedzme, že Katka mala 5 bodov. Potom mal Hugo $12-(5+2+1) = 4$ body. Ako mohli jednotlivé partie vyzerať v tomto prípade? Katka vyhrala nad Hugom a Alžbetou a remízovala so Samom, Hugo vyhral nad Alžbetou aj Samom a Alžbeta porazila Sama. Máme teda druhé riešenie.

Keďže Katka nemôže mať iný počet bodov, tak iné riešenie existovať nebude. To znamená, že existujú dve možnosti, ako mohol turnaj skončiť.

Komentár:

Mnohí ste prišli na obe riešenia, no často vám chýbal nejaký podstatný krok v premýšľaní. Taktiež sa stávalo, že ste si povedali, že zápasy dopadli práve takto a preto máme iba tieto riešenia. Týmto spôsobom ste však neprešli všetky možnosti toho, ako mohol turnaj dopadnúť a neukázali ste, že iné riešenia už naozaj nie sú.

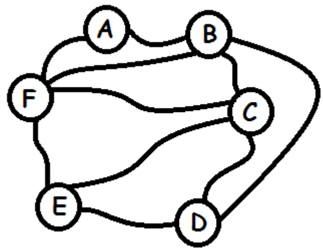
Úloha č.6:

Opravovali: Peťo Milošovič & Tobiáš Babej

🏆*Eva Krajčiová* *Počet riešiteľov: 76*

Zadanie:

6 miest je spojených hyper-busovými spojmi (podľa obrázka). Hyper-bus ide z mesta A naspäť do A a po ceste navštívi každé iné mesto práve raz. Koľko rôznych ciest hyper-busu existuje? Ktorá z ciest je najlacnejšia? (ceny lístkov na jednotlivých úsekov sú v tabuľke v korunách)



A a B	B a C	C a D	D a E	E a F	F a A	B a D	B a F	C a E	C a F
4	3	4	4	3	4	5	3	2	2

Riešenie:

Dvojicu veľkých tlačených písmen XY budeme v nasledujúcom texte chápať ako úsek z mesta X do mesta Y.

Hyper-bus prejde počas svojej cesty každý úsek najviac raz. Ak by to tak nebolo, nesplnil by podmienku, že každé mesto bolo navštívené práve raz. Z toho istého dôvodu platí aj to, že ak sa z nejakého mesta (okrem A) vydáme ktorýmkoľvek úsekom preč, zvyšné úseky vedúce z tohoto mesta už v tejto ceste nemôžeme použiť.

Začiatok máme daný, mesto A, a z neho vedú len AB a AF. Ak sa vydáme ktorýmkoľvek z nich, návrat bude možný už len tým druhým.

Všetky cesty, ktoré pôjdu najprv cez AB, sa budú musieť vrátiť cez FA. Ak sa po týchto cestách vydáme opačným smerom, dostaneme všetky cesty začínajúce AF a končiace BA.

Stačí sa nám pozrieť na jeden z týchto prípadov.

Z AB je možné ísť na BF, BC a BD. Úsek BF použiť nemôžeme, pretože potom by sme nemali ako prejsť mestá C, E, D a vrátiť sa do A bez toho, aby sme niektorým úsekom prešli dvakrát.

Z AB sa teda vieme vydať len na BC alebo BD. Z BC potom ďalej musíme pokračovať na CD, pretože inak by sme už toto mesto nemali ako navštíviť. Zvyšok cesty je už potom jasne daný.

Prvou cestou je $AB - BC - CD - DE - EF - FA$.

Ak pôjdeme z AB do BD, môžeme pokračovať buď cez DE alebo DC. Obe z možností nám potom už určia zvyšok cesty.

Dostaneme cesty $AB - BD - DC - CE - EF - FA$ a $AB - BD - DE - EC - CF - FA$.

Ako sme už povedali, tak prejdením nájdených ciest v opačnom smere získame všetky zvyšné cesty: $AF-FE-ED-DC-CB-BA$, $AF-FE-EC-CD-DB-BA$ a $AF - FC - CE - ED - DB - BA$. Všetkých ciest je spolu 6.

Ostáva nám ich ohodnotiť podľa tabuľky. Najlacnejšími bude dvojica $AB - BD - DC - CE - EF - FA$ a $AF - FC - CE - ED - DB - BA$, ktoré obe stoja 21 korún. Zvyšné cesty stoja všetky 22 korún.

Komentár:

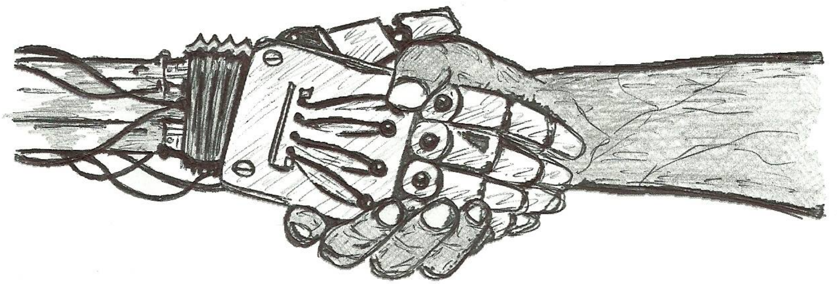
To, že ste našli všetky cesty, treba aspoň nejako vysvetliť. Tiež je vhodné mať v hľadaní ciest aspoň náznak systému, obyčajným hľadaním totiž neviete zaručiť, že niektoré z ciest nevynecháte. A vždy si treba dávať pozor na znenie zadania, aby ste náhodou nepovažovali za vhodnú odpoveď aj cestu $AB - BF - FA$.

Poradie po 1. sérii letného semestra 24. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	P	CS
1. – 7.	Matúš Masrna	6. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	9	9	0	54
	Filip Baltovič	Prima B	GAlejKE	0	9	9	9	9	9	9	0	54
	Timotej Pudelský	5. A	ZKe30KE	0	9	9	9	9	9	9	9	54
	Samuel Osuský	4. A	Zgen.MA	0	9	9	9	9	5	9	9	54
	Eva Krajčiová	2. A	ZBe16KE	0	9	9	9	9	9	9	9	54
	Martin Čabra	6.	ZStanKE	0	9	9	9	9	9	9	0	54
	Richard Vodička	3. C	ZBe16KE	0	9	9	9	9	9	9	9	54
8. – 10.	Kristína Melicherová	5. A	ZKro4KE	0	9	8	-	9	9	9	8	52
	Natália Kapustová	5.	ZSBadin	0	9	9	8	9	9	7	8	52
	Matúš Legát	5. ZA	ZMládPP	0	9	9	9	9	8	-	8	52
11.	Oszkár Urbán	6.	ZKuzmKE	0	9	6	9	9	9	9	0	51
12. – 14.	Oskar Hritz	5. B	ZPoliKE	0	6	7	9	9	9	8	7	49
	Jakub Kozák	4. A	ZKomeNO	0	9	9	6	9	6	7	9	49
	Margaréta Berecká	5. B	ZKro4KE	0	9	9	9	8	1	7	7	49
15. – 17.	Jakub Mičko	6. A	ZKro4KE	0	9	7	9	9	5	9	0	48
	Filip Kuchta	4. A	ZZnievBA	0	8	7	8	9	4	7	9	48
	Matúš Mikolaj	5. A	ZMartZA	0	9	9	9	6	3	9	6	48
18. – 22.	Matej Grofčík	6. A	ZNov2KE	0	9	9	8	4	8	9	0	47
	Zuzana Miškaňová	1. OA	GMudrPO	0	9	7	9	9	4	9	0	47
	Alžbeta Szabová	5. B	ZKro4KE	0	9	4	8	9	7	7	7	47
	Barbara Michalíková	5. B	ZKro4KE	0	9	9	6	9	3	8	6	47
	Samuel Koribanič	6. A	ZŠtefHE	0	9	9	9	9	4	7	0	47
23. – 26.	Ema Lenárthová	6. A	ZŠkolMG	0	9	2	9	9	8	9	0	46
	Nikolas Praženica	4.	ZSKomj	0	4	9	9	9	3	6	9	46
	Sophia Sabovčíková	5. B	ZKro4KE	0	9	6	9	9	4	7	6	46
	Štefan Vašak	5. A	ZKe30KE	0	4	9	9	6	7	9	6	46
27. – 29.	Hana Žáková	6. A	ZGTilBA	0	9	6	7	7	7	9	0	45

Poradie	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	P	CS
	Jakub Blišťan	4. V	ZAngeKE	0	9	9	7	-	4	7	9	45
	Veronika Vodičková	3. C	ZBe16KE	0	9	-	9	9	-	9	9	45
30.	Ema Černická	5. B	ZBrusKE	0	9	5	9	9	2	7	5	44
31.	Patrik Sremaňák	5. B	ZKro4KE	0	6	7	7	9	1	8	6	43
32. – 33.	Sára Šoltészová	Prima B	GAlejKE	0	9	9	9	6	2	7	0	42
	Maximilian Pándy	6.	ZKuzmKE	0	9	2	9	9	4	9	0	42
34. – 37.	Michaela Alena Minárová	6. B	ZHvieLY	0	9	3	9	5	6	9	0	41
	Klára Macková	5. A	ZABerMT	0	4	7	9	8	2	9	4	41
	Simona Gibalová	Prima B	GAlejKE	0	4	6	9	9	8	5	0	41
	Claudia Ciganová	5. B	ZKro4KE	0	9	8	9	9	3	3	3	41
38. – 41.	Jakub Kuľka	5.	ZSDrienov	0	9	3	5	9	4	9	4	40
	Erik Nagy	4. A	ZZnievBA	0	6	4	8	4	3	9	9	40
	Ela Balážová	6. B	ZHvieLY	0	9	3	8	5	6	9	0	40
	Ema Balážová	6. B	ZHvieLY	0	9	3	8	5	6	9	0	40
42.	Michal Chovančák	5. B	ZKro4KE	0	9	4	7	6	4	8	4	38
43. – 44.	Oliver Demjan	5. A	ZKro4KE	0	9	-	8	5	4	7	4	37
	Katka Samčíková	6. A	ZZeliKE	0	9	-	8	9	4	7	0	37
45. – 46.	Ema Bujňáková	5. A	ZStarKE	0	4	5	7	7	2	9	4	36
	Roman Fusek	4. A	GPalaBA	0	4	3	8	7	4	5	8	36
47.	Lea Valachyová	4. A	ZZnievBA	0	7	9	4	3	3	2	9	35
48. – 52.	Michal Lukáč	5. B	ZKro4KE	0	1	8	5	5	4	7	4	33
	Peter Tobias Duda	4.	ZLiet	0	6	9	3	2	3	3	9	33
	Martin Gubík	5. A	ZKro4KE	0	9	9	-	6	-	9	-	33
	Emma Marčáková	5. A	ZStarKE	0	8	1	6	4	3	9	3	33
	Sophia Horňáková	Prima B	GAlejKE	0	9	9	4	3	1	7	0	33
53. – 55.	Samuel Randa	6. B	ZMartZA	0	9	9	8	1	3	1	0	31
	Filip Šašala	5. B	ZKro4KE	0	9	2	3	5	4	7	3	31
	Peter Zatroch	4. A	ZZnievBA	0	7	2	3	4	3	7	7	31
56. – 57.	Alexandra Ivasenková	5. B	ZKro4KE	0	5	2	3	9	3	7	3	30
	Dominika Brídová	4. A	ZZnievBA	0	4	2	1	5	5	7	7	30
58.	Richard Martončík	5. A	ZZnievBA	0	9	2	7	4	3	3	3	29
59.	Martin Nigut	6. A	ZJuhoKE	0	7	2	4	7	-	7	0	27
60.	Ľubomír Vargovčík	5. A	ZKe30KE	0	6	2	4	8	4	-	2	26
61. – 62.	Karol Jakubčák	5. B	ZKro4KE	0	4	1	3	9	6	1	1	24
	Peter Sluka	5. A	ZMartZA	0	9	1	4	6	3	1	1	24
63.	Árny Világi	4. A	ZJuhoKE	0	-	-	-	8	-	7	8	23
64.	Chiara Lukáčová	5. B	ZKro4KE	0	3	2	9	8	-	-	-	22
65.	Šimon Batkovič	4. A	ZJuhoKE	0	-	-	-	7	-	7	7	21
66.	Alexandra Barčíková	5. A	ZMartZA	0	4	0	8	2	2	2	2	20
67. – 68.	Adam Varinský	5. A	ZKro4KE	0	9	-	-	8	2	-	-	19
	Lukáš Mikulec	Prima	GLi69SC	0	9	1	4	2	3	-	0	19
69. – 71.	Ján Kecer	4. A	ZJuhoKE	0	6	3	-	-	-	3	6	18
	Mário Mikula	6. A	ZJuhoKE	0	4	-	-	5	2	7	0	18
	Nina Griačová	4. A	ZTajoSC	0	9	-	-	-	-	-	9	18
72.	Elena Hanusová	5. A	ZKro4KE	0	1	6	1	0	2	6	1	17
73.	Simona Dobosyová	5. A	ZKe30KE	0	3	2	8	0	3	-	0	16
74.	Radoslava Nigutová	4. A	ZJuhoKE	0	-	-	7	-	-	1	7	15
75.	Šimon Šoška	5. A	ZMartZA	0	4	1	1	5	-	1	1	13
76. – 77.	Samuel Peter	4. A	ZTribTO	0	4	1	1	1	0	1	4	12
	Šimon Peter	4. A	ZTribTO	0	2	1	1	2	1	3	3	12
78.	Katarína Fabianová	6. A	ZJuhoKE	0	2	2	4	3	-	-	0	11
79.	Filip Demáček	5. A	ZZnievBA	0	1	-	1	4	-	3	-	9
80. – 83.	Peter Lukáč	5. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	7	-	7

Poradie	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	P	CS
	Pavol Liščinský	5. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	7	-	7
	Barbora Gbúrová	5. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	7	-	7
	Oliver Orosz	5. A	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	7	-	7
84.	Katarína Nguyen	Prima B	GAlejKE	0	-	-	-	4	0	1	0	5
85. – 86.	Marianna Kordiaková	6. A	ZJuhoKE	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Daniela Bérešová	5. A	ZStanKE	0	-	-	-	-	-	-	-	0



Za podporu a spoluprácu ďakujeme

Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Názov Malynár – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2015 • Letný semester 24. ročníka (2014/2015)
Internet: `http://malynar.strom.sk`
E-mail: `malynar@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `http://www.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`