MALYNÁR

Číslo 6 • Máj 2016 Letná časť 25. ročníka

Ahojte!

Letná séria je už za vami, koniec školského roka je už za rohom no napriek tomu, že už rozmýšľate ako stráviť letné prázdniny je tu váš Malynár. To že čítate tieto riadky je dobrým znamením toho, že ste náš časopis už otvorili. Oveľa dôležitejšie je však to, aby ste si prečítali aj jeho obsah. Vzorové riešenia sú tu pre vás, tak Vám prajeme príjemné čítanie.

vaši milovaní vedúci

Mamut

Táto tímová súťaž sa uskutoční 27.5.2016 v areály základnej školy na ul. Krosnianska 4 a aj v Sabinove a to 3. júna na Základnej škole, Ul. 17. novembra 31 v Sabinove. Ďalšie informácie o mieste konania a prihlasovaní tímov do súťaže sú na našej stránke.

Sústredenie

Termín letného sústredenia Malynára je 19-24.6.2016. Pozvánky s presnými informáciami o sústredení vám pošleme na zákade poradia spoločne s opravenou druhou sériou.

Vzorové riešenia 2. série úloh Letnej časti

Úloha č.1:

Opravovali: Kubo Genči & Naty Česánková

všetci 9-bodoví *Počet riešiteľov: 67*

Zadanie:

V škôlke sa hrali všetky deti v pieskovisku. Hrad stavalo o 8 detí viac ako diaľnicu a o 4 deti menej ako továreň. Koľko detí mohlo byť v škôlke, ak bol ich počet násobkom čísla 5 a bolo ich tam menej ako 41? Nájdite všetky možnosti.

Riešenie:

Zo zadania vieme, že diaľnicu stavalo najmenej detí. Hrad stavalo o 8 detí viac ako diaľnicu a továreň o 4 deti viac ako hrad (továreň teda stavalo o 12 detí viac ako diaľnicu). Urobíme si tabuľku, do ktorej budeme značiť počty detí pracujúcich na jednotlivých stavbách a celkový počet detí v pieskovisku.

Začneme so stĺpčekom pre možné počty detí stavajúcich diaľnicu a od toho zistíme počet detí pracujúcich na ostaných stavbách.Sčítaním počtov detí pri jednotlivých stavbách zistíme celkový počet detí.

Diaľnica	Hrad	Továreň	Celkový počet
0	8	12	20
1	9	13	23
2	10	14	26
3	11	15	29
4	12	16	32
5	13	17	35
6	14	18	38
7	15	19	41

Vieme, že ďalšie možnosti rozoberať nemusíme lebo celkový počet detí by už bol väčší ako 40 (a detí je na pieskovisku menej ako 41). Stačí nám už teda zistiť, ktoré z možných celkových počtov sú deliteľné 5 (posledná cifra je 0 alebo 5) a tým splníme poslednú podmienku zo zadania. Teda výsledné počty, ktoré spĺňajú všetky podmienky zadania sú 20 a 35.

Komentár:

Sme radi, že vám táto úloha nerobila veľké problémy. Do budúcna si z nej zoberte to, že aj možnosť, ktorá môže vyzerať hlúpo (diaľnicu stavia 0 detí) nás môže doviesť k riešeniu.

<u>Úloha č.2:</u>

Opravovali: Michal Pándy & Martin Budjač & Alena Matejčeková

Lucia Chladná *Počet riešiteľov: 72*

<u>Zadanie:</u>

Vo vani je voda s teplotou 32 stupňov. K dispozícii sú vedrá so studenou a teplou vodou, vedro so studenou vodou zníži aktuálnu teplotu vody vo vani o jej polovicu a vedro s teplou jej aktuálnu teplotu zvýši o dva stupne. Koľko najmenej vedier potrebujeme na to, aby voda vo vani mala 3 stupne? (aktuálnou teplotou vody rozumieme teplotu po akomkoľvek počte priliatých vedier)

<u>Riešenie:</u>

Najprv sa pozrime, či by sme dokázali teplotu znížiť na 3 stupne pomocou jedného, dvoch alebo troch vedier. Najmenšia teplota, ktorá sa dá dosiahnuť s troma vedrami je 4 stupne (použitím troch studených vedier). Keďže chceme vodu schladiť na teplotu 3 stupne, tak nám určite tri alebo menej vedier nebude stačiť, lebo dokážeme vodu schladiť najmenej na 4 stupne.

Pozrime sa čo by sa stalo, ak by sme použili štyri vedrá. Ak by sme použili štryrikrát studené vedro, tak sa nám teplota schladí na 2 stupne, čo je málo. To znamená, že v našej štvorici vedier budeme musieť použiť aspoň jedno teplé.

- Ak teplé vedro bude prvé, dostaneme výslednú teplotu $4,25$ stupňov.
- Ak teplé vedro bude druhé, dostaneme výslednú teplotu $4,5$ stupňov.
- Ak teplé vedro bude tretie, dostaneme výslednú teplotu 5 stupňov.
- Ak teplé vedro bude štvrté, dostaneme výslednú teplotu 6 stupňov.

Očividne, žiadna z týchto možností nás nedovedie k výsledku. Ak by sme použili viac teplých vedier v našej štvorici ako jedno, tak by boli výsledné teploty ešte vyššie, keďže by sme vynechali jedno ochladzovanie a namiesto toho by sme pridali 2 stupne. To znamená, že 3 stupne so štyrmi vedrami určite nedokážeme namiešať.

S piatimi vedrami sa to však už dá spraviť. Ak pridáme vedrá v poradí studené (16 stupňov), studené (8) stupňov, studené (4 stupne), teplé (6 stupňov), studené (3 stupne), tak sa dopracujeme k vode, ktorá má 3 stupne. To znamená, že na namiešanie 3 stupňovej vody potrebujeme najmenej 5 vedier.

<u>Komentár:</u>

Úloha sa pýtala na najmenší počet vedier ktorým sa 3 stupne dajú dosiahnúť. Väčšina z vás sa uspokojila s tým, že našla riešenie pre 5 vedier a potom sa už nezamyslela, či tých vedier naozaj nemôže byť menej. V takýchto úlohách nestačí nájsť riešenie ale treba aj zdôvodniť, že prečo práve to riešenie, ktoré ste našli je tým najmenším.

<u>Úloha č.3:</u>

Opravovali: Jakub Mach & Katka Kuľková

Daniela Dobisová, Sara Gašparová, Richard Vodička *Počet riešiteľov: 57*

<u>Zadanie:</u>

Traja súrodenci Janka, Miška a Tomáško zjedli potajomky mamičke 5 tabuliek čokolády, ktoré prichystala na výlet. Mamka začala vyšetrovanie. Lienky sa zborovo ohradili:

Janka: „Ja som sa nijakej čokolády nedotkla!“

Miška: „Ja som sa nijakej čokolády nedotkla!“

Tomáško: „Ja som sa nijakej čokolády nedotkol!“

Nuž takto sa nikde nedostaneme. Pri ďalšom vypočúvaní sa zistilo:

Janka: „Miška si vzala viac ako Tomáško!“

Miška (k Janke): „Klameš!“

Tomáško: „Janka a Miška si vzali všetko!“

Janka (k Tomáškovi): „Klameš!“

Pri konečnom vysvetlení situácie sa ukázalo, že každá lienka klamala toľkokrát, koľko tabuliek čokolády zjedla. Koľko tabuliek čokolády zjedla každá z lienok?

<u>Riešenie:</u>

Najprv sa zamyslime nad tým, koľko najviac klamstiev mohlo zaznieť. Vieme, že každá lienka zjedla toľko tabuliek čokolády, koľkokrát klamala. Naše tri lienky spolu zjedli 5 tabuliek čokolády, teda spolu museli aj 5-krát klamať. Janka prehovorila 3-krát, Miška 2-krát a Tomáško tiež 2-krát. To je spolu 7 výpovedí. Z nich teda museli byť práve 2 pravdivé.

Pri druhom vypočúvaní sa bližšie pozrime na tieto výroky:

Janka: „Miška si vzala viac ako Tomáško!“

Miška (k Janke): „Klameš!“

Je dôležité si uvedomiť, že ak je jedna z týchto viet klamstvom, potom musí byť tá druhá pravdivá. Z týchto dvoch výrokov je teda práve jeden pravdivý. Niečo podobné platí aj pre výroky:

Tomáško: „Janka a Miška si vzali všetko!“

Janka (k Tomáškovi): „Klameš!“

Zo všetkých výrokov z druhého vypočúvania sú teda dve tvrdenia pravdivé a dve sú klamstvá. Na začiatku sme si už ukázali, že spomedzi všetkých výpovedí boli práve dve pravdivé a preto nám už na prvé vypočúvanie žiadne pravdivé výroky nezostávajú. Preto všetky lienky museli klamať v prvom kole vypočúvania a každá z lienok teda zjedla aspoň jednu tabuľku čokolády.

Pozrime sa teraz na Tomáška. V ďalšom vypočúvaní tvrdí:

> Tomáško: „Janka a Miška si vzali všetko!“

To ale nie je pravda, lebo ako už vieme Tomáško zjedol aspoň jednu tabuľku. Preto Tomáško musel klamať v oboch svojich výpovediach a zjedol práve 2 tabuľky čokolády. Zároveň Janka, ktorá ho obviňuje z klamstva hovorí pravdu. Janka ďalej tvrdila:

> Janka: „Miška si vzala viac ako Tomáško!“

To ale nesedí, pretože Miška by musela zjesť aspoň 3 tabuľky. Miška však nemohla klamať viac ako 2-krát, pretože vyslovila len dva výroky. Janka teda klame a Miška, ktorá ju obviňuje z klamstva, hovorí pravdu.

Nakoniec vidíme, že Janka klamala 2-krát a raz hovorila pravdu, čiže zjedla 2 tabuľky čokolády, Miška raz klamala a raz hovorila pravdu, čiže zjedla 1 tabuľku a Tomáško klamal 2-krát, preto musel zjesť dve tabuľky čokolády.

Komentár:

Častým problémom s touto úlohou bolo to, že ste nepreskúmali všetky možnosti. Či už ste začali s predpokladom, ktorý ste nedokázali, alebo ste prestali skúšať možnosti akonáhle ste jedno riešenie našli. Vaše riešenie treba vždy nie len nájsť, ale aj bez akýchkoľvek pochybností dokázať.

Úloha č.4:

Opravovali: Juraj Mičko & Miška Dlugošová

Milan Gál, Oliver Demjan *Počet riešiteľov: 54*

Zadanie:

Starý chrúst a Fušo mali pred sebou 30 kamienkov. Rozhodli sa hrať hru, ktorú vyhrá ten, kto si zoberie posledný kamienok. Hráči sa striedajú v ťahoch, pričom v každom ťahu vezme daný hráč aspoň 1, no najviac 10 kamienkov. Starý chrúst išiel prvý a zobral si hneď 8 kamienkov. Dokážete Fušovi poradiť taký postup, aby vyhral, nech už starý chrúst postupuje akokoľvek?

Riešenie:

Poďme sa na celú hru pozrieť odzadu – od posledného ťahu. Budeme sa snažiť nájsť stratégiu, ktorej by sme sa mali držať ak chceme v hre zvíťaziť.

Vyhráme, ak svojím ťahom zoberieme posledný kamienok. To znamená, že aby sme mohli vyhrať, pred svojím ťahom chceme mať na kôpke 1 až 10 kamienkov. Tie potom budeme vedieť zobrať v jednom, výhernom ťahu. Ako teda docieliť, aby po súperovom ťahu na kôpke zostalo 1 až 10 kamienkov? Vieme, že súper môže vo svojom ťahu zobrať tiež 1 až 10 kamienkov. Ak by pred jeho ťahom bolo na kôpke 11 kamienkov, tak po akomkoľvek jeho ťahu bude na kôpke niečo medzi 1 až

10 kamienkov, ktoré už vieme zobrať. Chceme teda docieliť, aby po našom ťahu bolo na kôpke 11 kamienkov.

Ďalej budeme postupovať podobným spôsobom. Najmenej môžeme zobrať 1 kamienok, teda aby po našom ťahu zostalo 11, pred ním musí byť na kôpke najmenej $11 + 1 = 12$ kamienkov. Najviac môžeme zobrať 10 kamienkov, teda na kôpke môže byť pred našim ťahom najviac $11 + 10 = 21$ kamienkov. Ak teda bude pred našim ťahom na kôpke niečo medzi 12 až 21 kamienkami, vieme urobiť taký ťah, aby po ňom zostalo presne 11 kamienkov – a z tej pozície už vieme vyhrať.

Táto stratégia je vlastne úplne jednoduchá. Ak sa nám podarí dostať súpera do situácie, v ktorej bude počet kamienkov násobkom čísla 11, tak máme vyhraté. Potom podľa toho, koľko kamienkov zoberie súper, my zoberieme presne doplnok do 11. A zase je v situácii, kedy je počet kamienkov násobkom čísla 11. Raz týmto spôsobom dôjdeme k nule, pričom posledný kamienok zoberieme my.

Na začiatku hry bolo na kôpke 30 kamienkov, Starý chrúst z nich zobral 8. Fušo je na ťahu a na kôpke je $30 - 8 = 22$ kamienkov, čo je presne násobok čísla 11. Za predpokladu že Starý chrúst hrá najlepšie ako je možné, určite vie poraziť Fuša použitím popísanej stratégie. Po prvom Fušovom ťahu vie Starý chrúst urobiť taký ťah, aby na kôpke zostalo 11 kamienkov. Po druhom Fušovom ťahu vie určite zobrať všetky zostávajúce, a teda aj posledný kamienok. Fušo teda nemá žiadnu výhernú stratégiu.

Komentár:

Pri podobných hrách je dôležité uvedomiť si, kedy vieme určite vyhrať. Aj v prípade tejto hry by teoreticky mohol Fušo vyhrať, ak by starý chrúst nepostupoval podľa výhernej stratégie, alebo by urobil chybu. Nevieme však Fušovi výhru zaručiť. Práve naopak, výhru vieme zaručiť starému chrústovi.

Úloha č.5:

Opravovali: Florián Hatala & Lucka Havrišáková & Patrik Stein

Matej Vasky, Milan Gál, Eva Krajčiová *Počet riešiteľov: 47*

Zadanie:

Kobylky Anna, Beáta, Cecília, Denisa a Erika hlasujú, kto získa poklad. Hlasovanie prebieha nasledovne: každá z kobyliek môže v každom kole hlasovať, aby poklad nedostala niektorá z nich. Hlasy sa spočítajú a všetky kobylky s najväčším udeleným počtom hlasov nepostupujú do ďalšieho kola hlasovania. Vypadnuté kobylky už hlasovať nemôžu, zdržiavať sa hlasovania je zakázané. Hlasovanie sa končí, ak ostala už len jedna kobylka (tá získava poklad), alebo ak už vypadli všetky kobylky.

a) Koľko najmenej kôl vie prejsť tak, aby poklad získala Anna?

b) Koľko hlasovaní je takých, že po dvoch kolách poklad nezíska nikto?

(hlasovania sú rovnaké, ak v oboch dostala každá kobylka rovnaký počet hlasov a je jedno od koho)

Riešenie:

Najprv sa dohodnime, že zápis $A0$ nám hovorí o počte hlasov po hlasovaní (tentokrát 0) pre Annu. Podobne to bude platiť aj pre ostatné kobylky (napríklad $B4$ znamená, že Beáta dostala 4 hlasy, $C2$ znamená, že Cecília dostala 2 hlasy a pod.). Teraz sa pustíme do riešenia úlohy.

a) Mohla by vyhrať Anna po prvom kole? To by museli vypadnúť už v prvom kole štyri kobylky, je to však možné? V prvom kole máme 5 hlasov, ktoré potrebujeme rozdeliť. Ak chceme aby ostala iba Anna musia mať ostatné kobylky aspoň 1 hlas.

Štyri kobylky by hlasovali takto: A0 B1 C1 D1 E1. Piaty hlas však nemôžeme dať Anne, pretože by vypadli všetky a to nechceme. Ak by sme ho priradili inej kobylke mala by zrazu dva hlasy a už by nevypadli 4 kobylky. Anna preto nemôže vyhrať už v prvom kole.

Mohla by vyhrať Anna po druhom kole? Najprv sa musíme pozrieť koľko kobyliek by mohlo postúpiť do druhého kola.

- Päť kobyliek postúpiť nemôže, lebo výsledok hlasovania kobyliek by musel byť takýto: A0 B0 C0 D0 E0. Každá kobylka však musí hlasovať, vďaka čomu vieme, že aspoň jedna kobylka niekoľko hlasov dostane. Či už hlasy dostala jedna alebo viaceré, vždy vieme určiť, ktorá alebo ktoré dostali najviac hlasov, a teda vypadnú.
- Nula kobyliek by v druhom kole bolo po hlasovaní A1 B1 C1 D1 E1, kde by vypadli všetky v prvom kole a druhé kolo by sa teda nekonalo, Anna však poklad takto nezíska.
- Štyri kobylky postúpia napríklad pri hlasovaní: A0 B0 C0 D0 E5.
- Tri kobylky postúpia napríklad pri hlasovaní A0 B0 C1 D2 E2.
- Môžu postúpiť dve? Pôvodne ich bolo päť. Na to aby vypadli v prvom kole tri, potrebuje každá z nich aspoň jeden hlas. Hlasovanie by v istom momente muselo vyzerať takto: A0 B0 C1 D1 E1. Zvyšné 2 hlasy nevieme rozdeliť tak, aby vypadli práve tri kobylky. Pozrime sa na to, ako sa môžu prerozdeliť zvyšné dva hlasy.
  - i) Hlasy už nemôžeme pridať kobylkám, ktoré mali zatiaľ nulu, pretože buď by vypadli všetky (A1 B1 C1 D1 E1) alebo iba jedna (napr. hlasovaním A0 B2 C1 D1 E1).
  - ii) Rovnako, ak by sme rozdelili zvyšné 2 hlasy medzi kobylky, ktoré mali po jednom hlase, vypadla by iba jedna (napr. A0 B0 C1 D1 E3) alebo dve (napr. A0 B0 C1 D2 E2).

  Preto do druhého kola môžu postúpiť len tri alebo štyri kobylky.

Pokračujeme druhým kolom. Podobne ako v prvom, zistíme či dokáže Anna vyhrať. Už predtým sme zistili, že vypadnúť musí v každom kole aspoň jedna kobylka a nechceme, aby vypadli všetky. Musíme však rozobrať obe možnosti, ktoré mohli byť výsledkom prvého kola.

1) Do druhého kola postúpili tri kobylky.

Ak chceme aby Anna vyhrala, zvyšné dve kobylky musia mať určite aspoň jeden hlas (A0 B1 C1), tretí hlas však nemôžeme priradiť ani jednej tak aby vypadli dve kobylky a Anna vyhrala. Preto ak sú v druhom kole tri kobylky a chceme aby Anna vyhrala musí nasledovať tretie kam postúpia dve. (napr. hlasovanie A0 B0 C3)

2) Do druhého kola postúpili štyri.

Dokážeme vyradiť dve kobylky (napr. hlasovanie A0 B0 C2 D2) alebo jednu kobylku (napr. hlasovaním A0 B1 C1 D2). Anna však poklad nevyhrá v tomto kole, lebo tri kobylky naraz vyradiť nedokážeme.

Ďalej rozoberieme tretie kolo. Tu postúpia buď dve, alebo tri kobylky. Ak sú v tomto kole tri kobylky, Anna v danom kole vyhrať nedokáže (to sme si už ukázali). Ak sú dve tak Anna zahlasuje za druhú kobylku a tá sa zamyslí sama nad sebou. Aby poklad vyhrala aspoň jedna z nich, zahlasuje druhá kobylka sama za seba. Anna teda dokáže vyhrať najskôr po troch kolách.

b) Teraz sa nebudeme baviť o možnosti, kde všetky kobylky vypadli hneď v prvom kole, pretože v takom prípade druhé kolo nenastane. Hlasovania pri ktorých nikto nezíska poklad po druhom kole sú teda buď také, keď všetky kobylky vypadli v druhom kole, alebo také, že do tretieho kola postúpili aspoň dve. Spôsoby akými mohla vypadnúť jedna (v zátvorkách sú počty hlasov):

- (0 0 0 0 5) Takýchto možností je 5, lebo stále mohla vypadnúť iná kobylka.
- (0 0 0 1 4) Takýchto možností je $5\times4 = 20$ lebo vypadla jedna kobylka z piatich a jedna zo štyroch kobyliek dostala jeden hlas.
- (0 0 0 2 3) Takýchto možností je $5\times4 = 20$ lebo vypadla jedna kobylka z piatich a jedna zo štyroch kobyliek dostala dva hlasy.
- (0 0 1 1 3) Takýchto možností je $5 \times 6 = 30$ lebo vypadla jedna kobylka z piatich a ku každej existuje šesť rôznych dvojíc kobyliek, ktoré by mohli dostať po jednom hlase.
- (0 1 1 1 2) Takýchto možností je $5\times4 = 20$ lebo vypadla jedna kobylka z piatich a ku každej vieme priradiť jednu zo zvyšných štyroch, ktorá hlas nedostala.

Spôsob akým mohli vypadnúť dve: (0 0 1 2 2) Takýchto možností je $6 \times 5 = 30$ lebo jedna kobylka z piatich dostala jeden hlas a ku každej existuje šesť rôznych dvojíc kobyliek ktoré vypadli.

V prvom kole teda existuje 95 takých, že postúpia štyri kobylky a 30 takých, že postúpia tri.

V druhom kole ak postúpili štyri kobylky existujú tieto možnosti:

- (0 0 0 4) Takéto možnosti sú 4 lebo stále dostane hlasy iná kobylka.
- (0 0 1 3) Takýchto možností je $4 \times 3 = 12$.
- (0 0 2 2) Takýchto možností je $3 \times 2 = 6$.
- (0 1 1 2) Takýchto je $4 \times 3 = 12$.
- (1 1 1 1) Táto je len jedna.

Spolu nám to dáva $4 + 12 + 6 + 12 + 1 = 35$ možností v druhom kole ak tu postúpili štyri kobylky. Možnosti hlasovania v druhom kole ak postúpili tri kobylky:

- (0 0 3) Takéto možnosti sú tri.
- (0 1 2) Takýchto možností je $3 \times 2 = 6$.
- (1 1 1) Takáto možnosť je jedna.

To nám dáva $3 + 6 + 1 = 10$ možností hlasovania v druhom kole ak doňho postúpili tri kobylky.

Pozrime sa na to ako prebieha hlasovanie v prvom kole. Máme 95 možností takých, že do druhého kola postúpia štyri kobylky a v druhom kole máme potom 35 možností. Výsledný počet hlasovaní pri ktorých sa do druhého kola dostanú štyri kobylky je teda $95 \times 35 = 3325$.

V prvom kole ďalej máme 30 možností takých, že do druhého kola postúpia tri kobylky a v druhom kole máme potom 10 možností. Výsledný počet hlasovaní pri ktorých sa do druhého kola dostanú tri kobylky je teda $30 \times 10 = 300$. Výsledný počet všetkých hlasovaní ktoré vyhovujú časti b) je teda $3325 + 300 = 3625$.

Komentár:

Predpokladať, že kobylka nemôže dať hlas sama sebe, alebo odpovedať na otázku "koľko?" odpoveďou "všetky" Vás pripravilo o body. Časť b) dotiahlo do konca len veľmi málo z Vás, preto sme ju hodnotili miernejšie.

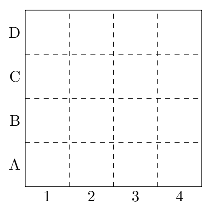
Úloha č.6:

Opravovali: Miška Bobeničová& Robko Hajduk

Tomáš Gaja, Matej Vasky *Počet riešiteľov: 52*

Zadanie:

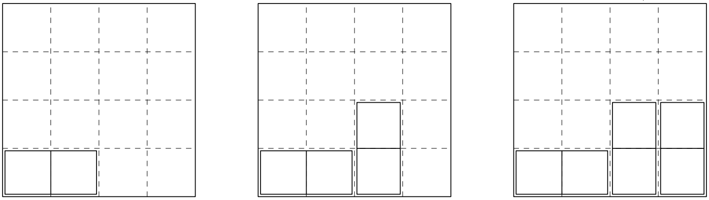
Florova torta s rozmermi 4×4 je celá pokrytá obdĺžnikmi čokolády s rozmerom 1×2 (nejakým spôsobom). Rozhodnite, či je vždy možné rozrezať tortu na dve časti tak, aby sme neporušili ani jeden kúsok čokolády. Ako by to bolo ak by to bolo v prípade torty 6×7?



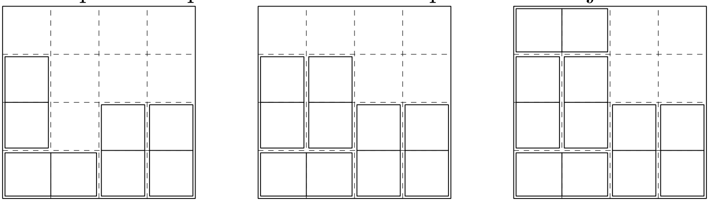
Riešenie:

Predstavme si tortu ako mriežku so štvorcami 1×1 a venujme sa najprv torte 4×4, Spolu na našej torte 4×4 bude 16 takýchto štvorcov. Označme stĺpce mriežky číslami 1, 2, 3, 4 a riadky písmenami A, B, C, D. Takto každý štvorec bude mať presné pomenovanie.

Prvý obdĺžnik čokolády položíme do rohu – nezáleží na tom, že do ktorého a ako, lebo to je štvorec, takže si ho dajme na $A1 - A2$. Na $A3 - A4$ ďalší kúsok čokolády dať nemôžeme, lebo by sa torta dala rozrezať (rezom medzi riadkami A a B), takže ho dáme na $A3 - B3$ a ďalší musíme položiť na $A4 - B4$ (inú možnosť ako zakryť tieto políčka nemáme, keďže ináč by políčko $A4$ ostalo neobsadené).



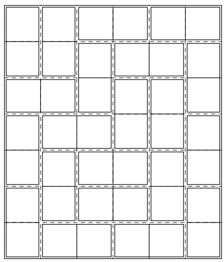
Ak by sme čokoládu položili na $B1 - B2$, dala by sa torta rozrezať na polovicu rezom medzi riadkami B a C, takže ďalší kúsok položíme na $B1 - C1$ a potom i na $B2 - C2$ nakoľko pre tieto políčka aktuálne iné položenie nie je možné.



Ale i takto sa to dá rozlomiť napoly, nezáležiac na rozmiestnení zvyšných obdĺžnikov. Aktuálne nemáme pokryté políčka $C3$, $C4$ a celý riadok D. Pre štvorce $D1$, $D2$ je položenie kúska čokolády jasné $D1 - D2$, no tým dostávame, že bez ohľadu na to ako pokryjeme políčka $C3$, $C4$, $D3$, $D4$ je možné rez vykonať medzi stĺpcami 2 a 3.

Postupovali sme systematicky a náš postup sa dá aplikovať na akýkoľvek začiatok. Bez ohľadu či je na začiatku prvý kúsok vľavo alebo vpravo, či je hore alebo dole, myšlienky popísané v konkrétnom prípade vyššie by sme mohli uplatňovať stále.

Torta 4×4 sa dá stále rozrezať tak aby sme rezom nepoškodili žiaden kúsok čokolády.



Ak by mal Floro tortu s rozmermi 6×7 tak jej pokrytie čokoládou tak, aby sme pri reze žiadnu nepoškodili opäť nie je ťažké nájsť. Ale je to tak vždy? Odpoveď je NIE, nie je. Postačí nájsť príklad kedy to tak nie je. A takýto príklad máme na obrázku. Pozor. nie je to jediné rozloženie, kedy nie je možné rezať tortu bez porušenia kúskov čokolády ale jedno z mnohých rozložení.

Torta s rozmermi 6×7 sa dá pokryť čokoládou tak, aby nebolo možné ju rozrezať tak, že neporušíme žiadnu z položených čokolád.

Komentár:

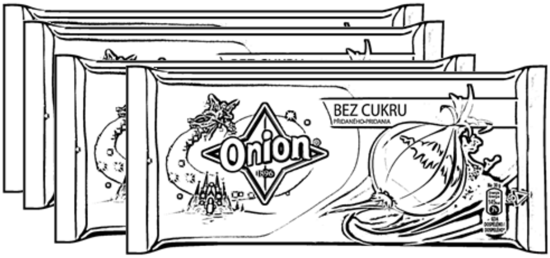
S úlohou ste sa popasovali viacerí avšak v prvej časti Vám chýbalo dostatočné zdôvodnenie, prečo pri torte 4×4 vieme vždy položiť kúsky čokolád tak, aby sa dalo rezať bez ich porušenia. Zdôvodnenie skúšal som a vždy sa to dá nestačí. V takom prípade by sa ľahko mohlo stať, že ukážete niečo čo neplatí.

Poradie po 2. sérii letného semestra 25. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 5.	Matej Vasky	Z6	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Milan Gál	Z4	ZSokoBA	54	9	9	9	9	9	9	108
	Lucia Chladná	Z4	ZNalSt	54	9	9	9	9	7	9	108
	Eva Krajčiová	Z3	ZBer16KE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Karin Eštoková	Z6	ZBele	54	9	9	9	9	9	9	108
6.	Richard Vodička	Z4	ZBer16KE	53	9	7	9	9	7	9	105
7.	Katarína Farbulová	Z4	StarKE	54	8	5	9	9	8	7	104
8.	Miriam Horváthová	Z6	ZKomeMI	52	9	9	8	9	7	9	103
9. - 11.	Matúš Legát	Z6	SsDTPP	54	9	6	8	9	8	8	102
	Samuel Osuský	Z5	ZMRŠtMA	52	9	6	9	9	7	9	102
	Matej Kundrík	Z5	ZKro4KE	48	9	9	9	9	6	9	102
12. - 13.	Daniela Dobisová	Z6	SsDTPP	49	9	9	9	9	5	9	99
	Tomáš Gaja	Z5	ZKro4KE	54	9	8	9	9	-	5	99
14.	Olívia Jánošíková	Z5	ZKro4KE	52	9	6	9	9	7	1	98
15.	Adela Horváthová	Z5	ZDnepKE	45	9	9	9	8	7	9	97
16. - 17.	Sara Gašparová	Z6	GLi69SC	54	8	9	9	9	2	5	96
	Oskar Hritz	Z6	ZPoliKE	51	8	5	9	9	5	9	96
18.	Adam Bednář	Z6	EGJAK	52	9	6	9	9	5	5	95
19. - 22.	Ján Brajerčík	Z5	ZŠmerPO	49	7	5	9	8	4	9	92
	Eduard Fedorčuk	Z5	ZDnepKE	51	8	5	9	9	2	5	92
	Veronika Vodičková	Z4	ZBer16KE	42	9	9	7	9	7	5	92
	Terézia Stanová	Z5	ZParkKE	48	9	6	8	8	7	1	92
23. - 24.	Štefan Vašak	Z6	ZKe30KE	44	9	7	9	9	6	5	89
	Šimon Kováčik	Z5	ŠpMNDaG	43	9	5	9	6	7	9	89
25.	Matúš Mandzák	Z5	ZKro4KE	49	9	5	3	9	8	3	86
26. - 27.	Margaréta Berecká	Z6	ZKro4KE	47	9	5	9	9	-	4	83
	Ľubomír Vargovčík	Z6	ZKe30KE	45	9	5	6	9	6	3	83
28.	Klára Macková	Z6	ZTomMT	43	9	6	9	8	4	3	82
29.	Alžbeta Szabová	Z6	EGJAK	46	9	6	3	9	4	3	80
30.	Tomáš Kubrický	Z4	ZKro4KE	42	9	3	3	7	6	1	79
31.	Lucia Triščíková	Z4	NSlobSB	46	9	5	3	4	2	2	78
32. - 34.	Jakub Kozák	Z5	CZŠ	48	7	5	4	9	2	1	77
	Jakub Blišťan	Z5	ZParkKE	48	9	5	9	4	-	1	77
	Matej Šoltés	Z5	ZParkKE	42	9	5	8	9	4	-	77
35.	Ema Černická	Z6	ZBrusKE	44	9	5	3	3	6	5	75
36.	Karol Jakubčák	Z6	ZKro4KE	39	6	9	9	0	5	3	71

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
37. - 39.	Magdaléna Kozáková	Z6	CZŠ	43	8	5	7	5	1	1	70
	Lukáš Jacko	Z4	ZKro4KE	35	3	5	9	2	7	2	70
	Patrik Sremaňák	Z6	ZKro4KE	39	9	5	9	0	6	2	70
40.	Oliver Demjan	Z6	ZKro4KE	35	9	8	2	9	6	-	69
41.	Samuel Kalivoda	Z5	ZKro4KE	36	9	5	3	5	3	2	64
42.	Martin Kovalcik	Z4	ZSAposLM	32	7	5	3	1	4	4	62
43.	Timotej Jakubov	Z6	ZŠtefHE	26	1	9	8	8	6	1	59
44.	Natália Kapustová	Z6	ZSBadin	52	-	-	-	-	-	-	52
45.	Tomáš Vysoký	Z5	ZKro4KE	42	8	-	-	-	-	-	50
46.	Peter Rudišin	Z6	ZŠtefHE	24	6	5	0	6	3	4	48
47. - 49.	Bianka Gurská	Z5	ZDnepKE	26	8	5	1	5	1	1	47
	Elena Hanusová	Z6	ZKro4KE	28	-	8	3	4	4	0	47
	Miroslav Ivan	Z6	GAlejKE	33	9	5	-	-	-	-	47
50. - 51.	Matej Pokorný	Z6	GAlejKE	22	9	5	1	2	1	4	44
	Martin Šima	Z5	ZŠmerPO	26	8	5	1	0	2	1	44
52. - 53.	Tamara Radvanská	Z4	NSlobSB	27	5	1	3	0	-	2	43
	Sophia Sabovčíková	Z6	ZKro4KE	43	-	-	-	-	-	-	43
54.	Richard Gerboc	Z6	ZŠtefHE	26	9	5	1	-	-	1	42
55.	Hana Lučanská	Z6	GAlejKE	41	-	-	-	-	-	-	41
56. - 57.	Kristína Melicherová	Z6	ZKro4KE	17	9	9	3	-	-	-	38
	Laura Szilágyová	Z6	GAlejKE	0	9	7	9	9	4	-	38
58.	Timea Slavkovská	Z6	SsDTPP	17	8	5	3	0	2	1	36
59.	Martin Gubík	Z6	ZKro4KE	22	3	9	-	-	-	-	34
60.	Kamila Vrábľová	Z5	ZTrSNPBB	16	4	5	3	0	-	1	29
61.	Dominik Čabrák	Z5	ZKro4KE	13	9	5	-	-	-	-	27
62.	Marek Štofánik	Z5	NSlobSB	19	-	5	0	-	-	2	26
63.	Alena Závodníková	Z5	ZKro4KE	11	9	5	-	-	-	-	25
64.	Peter Lukáč	Z6	ZKro4KE	11	8	5	-	-	-	-	24
65. - 66.	Michal Dvořáček	Z5	ZKro4KE	12	5	5	-	1	-	-	23
	Barbora Gbúrová	Z6	ZKro4KE	23	-	-	-	-	-	-	23
67.	Adam Varinský	Z6	ZKro4KE	20	1	?	-	-	-	-	21
68.	Ivonne Hančikovská	Z5	ZKro4KE	13	-	5	-	0	-	-	18
69.	Pavol, Alexander Komloš	Z5	ZKro4KE	0	8	9	-	-	-	-	17
70. - 71.	Pavol Liščinský	Z6	ZKro4KE	10	1	5	-	-	-	-	16
	Veronika Cipková	Z5	ZKro4KE	11	0	5	-	-	-	-	16
72. - 73.	Ján Maťaš	Z4	ZSPavl	13	-	-	-	-	-	-	13
	Branislav Knap	Z6	ZKro4KE	11	-	1	-	-	-	1	13
74. - 75.	Diana Baňačkai	Z6	ZKro4KE	11	-	1	-	-	-	-	12
	Petra Chomová	Z5	ZKro4KE	0	4	5	3	-	-	-	12
76.	Adam Harmanský	Z5	ZKro4KE	11	-	-	-	-	-	-	11
77. - 79.	Zuzana Peng	Z5	ZTrSNPBB	10	-	-	-	-	-	-	10
	Ľuboš Bucher	Z6	ZKro4KE	10	-	-	-	-	-	-	10
	Antonka Gernátová	Z6	NSlobSB	10	-	-	-	-	-	-	10
80. - 82.	Alexandra Dzurušová	Z5	ZTrSNPBB	9	-	-	-	-	-	-	9
	Tomáš Belák	Z4	ZSPavl	9	-	-	-	-	-	-	9
	Filip Šašala	Z6	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	-	9
83. - 85.	Lucia Michalova	Z5	ZTrSNPBB	8	-	-	-	-	-	-	8

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Lea Kristína Tkáčová	Z4	ZSPavl	8	-	-	-	-	-	-	8
	Tereza Pažinová	Z5	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	8
86.	Juraj Šuhaj	Z5	ZKro4KE	2	4	1	-	-	-	-	7
87.	Roland Korečko	Z5	ZKro4KE	6	-	-	-	-	-	-	6
88. - 89.	Filip Milan	Z5	ZTrSNPBB	4	-	-	-	-	-	-	4
	Nina Dzurušová	Z5	ZTrSNPBB	4	-	-	-	-	-	-	4
90.	Maximilian Bak	Z5	ZKro4KE	2	0	1	-	-	-	-	3
91.	Viktor Ružinský	Z5	ZKro4KE	0	-	1	1	-	-	-	2



Za podporu a spoluprácu ďakujeme

Názov Malynár – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2016 • Letný semester 25. ročníka (2015/2016)
Internet: `http://malynar.strom.sk`
E-mail: `malynar@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `https://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `info@strom.sk`