

# MALYNÁR

ČÍSLO 1 — ROČNÍK 31

malynar.strom.sk



## Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis **MATEMATIKA**! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si štvrták, piatak alebo šiestak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci **MATEMATIKA**a

## Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár **MATEMATIKA** je súťaž pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl, resp. prímý osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako štvrtáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

### Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš tak, že si vytvoríš profil na našej webovej stránke. Následne si vyplníš povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie, a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke [seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf](http://seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf) jednoduchý návod.

### Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovami rozhodne nešetri. Pri riešení a spisovaní úlohy **vychádzaj len zo zadania**, nikdy sa neopieraj o fakty, ktoré si sa dozvedel iba v príbehu okolo zadaní. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať

v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne **MALYNÁR**.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke **malynar.strom.sk**. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielať riešenia na e-mailovú adresu **riesenia@strom.sk** s predmetom **MALYNÁR** vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

### ***Bodovanie***

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **šiestaci a príma:** všetky vyriešené úlohy
- **piatáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh
- **štvrtáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh

Tretiaci a mladší budú hodnotení rovnako ako štvrtáci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu **malynar@strom.sk** zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

### ***Príklad***

Traja bratia, šiestak Vlado, piatak Jaro a štvrták Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$  bodov. Jasný, nie?

### ***Riešenia po termíne***

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne:

- do 24 hodín: 2/3 bodov zaokrúhlených nahor
- viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlených nahor
- viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

### ***Odpisovanie***

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópia“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdeš úlohu riešenú v literatúre, uveď názov, autora a stranu, inak riskuješ stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

### ***Webová stránka***

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu [malynar@strom.sk](mailto:malynar@strom.sk).

### ***Sústredenie***

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia. Sústredenie je určené najmä pre štvrtákov až šiestakov základných škôl (a im príslušných ročníkov na osemročnom gymnáziu), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. Účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia MALYNÁR a Mamuta. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia.

Účast na sústredeňí je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

## *Pár dobrých rád*

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

### *Základom je pochopiť zadanie*

Ak si už niekoľkokrát čítaš zadanie, no stále si nevieš rady, máš tieto možnosti:

- Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.
- Opýtaj sa nás. Nájdi príklad na našej stránke a v sekcii diskusia sa nás môžeš opýtať. Vždy ti radi pomôžeme.

### *Skúšať, skúšať, skúšať...*

Možno to znie prekvapivo, pretože vetu „Skúšal som a vyšlo mi,“ alebo „Prišiel som na to skúšaním,“ vidíme v tvojom riešení obvykle neradi. Ale dosadiť si nejaké čísla nie je vôbec zlý začiatok. Takéto skúšanie (dosadzovanie) rôznych hodnôt, až kým nenarazíš na správny výsledok, však nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým bodovým ziskom. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal, odkiaľ približne „fúka vietor“, ak na začiatku nevieš, ako príklad vyriešiť.

### *Kresliť, kresliť, kresliť...*

Kto nerád kreslí? Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať, ak to, čo máš napísané v zadaní, uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť.

### *Pozrimeže, na niečo som asi prišiel!*

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a v neposlednom rade názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak sa totiž rodí 9-bodové riešenie.

### *Všetko si skontroluj*

„Našiel som výsledok, o ktorom si myslím, že je správny, a mám aj postup. Dokonca viem vysvetliť, ako som naň prišiel.“

To si už skoro hotový. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj, logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správne riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali.

Ak sme ti napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ťa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

## Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **25. októbra 2021**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk).*

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré si sa dozvedel/a v príbehu.

„Do zajačej labky!“, zanadával Lysander, čím si vyslúžil pohoršené pohľady ľudí obďaleč, na ktoré však už bol dávno zvyknutý. Lysander sa totižto v dave nikdy nestratil a pohoršenie na seba priam privolával. Mal na hlave odetú šatku, ktorá tesne obopínala jeho neupravené dredy. Hruď mu zdobil náhrdelník s veľkým opálom. Takto klačal pri bicykli v strede námestia, keďže už druhýkrát za tento týždeň zabudol kód od zámku.

### Úloha 1

*Lysander si pamätá, že jeho kód je štvorciferné číslo, pre ktoré platí, že súčet prvej a tretej cifry je rovnaký ako súčet druhej a štvrtej cifry, a zároveň súčet prvej a druhej cifry je rovnaký ako súčet tretej a štvrtej cifry. Číslo je deliteľné piatimi a má ciferný súčet 18. Aké rôzne kódy mohol Lysander mať?*

Po chvíľe skúšania sa mu podarilo zámku odomknúť. Toto malé víťazstvo sa rozhodol osláviť v blízkej čajovni, veď treba si dopriať.

Hneď ako vošiel dnu mu do nosa udrela vôňa orientálnych bylín a korenín. čajovňa bola pomerné prázdna, okrem čašníka tam uvidel len jednu skupinku 4 ľudí, ktorí ale narušali pokoj, ktorý normálne vládol v čajovni.

Zaujalo ho prečo sa hádajú, a preto si sadol k stolu za nimi. Dvaja z nich mu sedeli chrbtom, ale zvyšných dvoch videl zreteľne aj v šere čajovne.

Zaskočilo ho, keď si uvedomil, že majú identické črty tváre a rovnaké pletené kvetované svetre. Jediným rozdielom bol láskavý úsmev na tvári chlapca, zatiaľ čo dievča vyzeralo ako pred výbuchom od hnevu. Netrvalo dlho a pri ich stole vypukla hádka. Lysander sa pohodlne usadil, odpil si z čaju a počúval.

### Úloha 2

*V meste, kde žije Lysander, sa ľudia delia na dve skupiny podľa kapiel, ktoré počívajú: Mesačné ropuchy a Ružoví skokani. Fanúšikovia Mesačných ropúch vždy hovoria pravdu a fanúšikovia Ružových skokanov vždy klamú. Lysander si z rozhovoru pri vedľajšom stole vypočul tieto výroky:*

- Artemis: „Teo je fanúšik inej skupiny ako ja.“
- Apollo: „Luna je fanúšik Ružových skokanov.“
- Luna: „Apollo je fanúšik Ružových skokanov.“
- Teo: „Medzi nami štyroma sú aspoň dvaja fanúšikovia Mesačných ropúch.“

*Kolkí z nich sú fanúšikovia Ružových skokanov?*

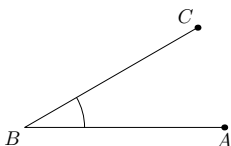
## *Edukačné okienko*

### *Uhly*

Predstavte si obyčajné ručičkové hodinky s dvoma ručičkami – hodinovou a minútovou. Tieto ručičky sa pohybuju rôznymi rýchlosťami, takže počas dňa sa nachádzajú v rôznych vzájomných polohách. Niekedy sa napríklad prekrývajú a niekedy ukazujú úplne opačným smerom. Chceli by sme vedieť nejako popísať, v akej polohe sú tieto ručičky. Nevieme zistiť ich vzdialenosť, keďže ručičky majú v strede hodiniek spoločný začiatok a potom sa od seba postupne vzdalujú. Ale môžeme si všimnúť, že ručičky stále rozdeľujú hodinky na dve časti. Budeme hovoriť, že ručičky vytvárajú uhol, pričom uhol je tá plocha medzi ručičkami. Keďže ručičky rozdelili hodinky na dve časti, tak vidíme že ručičky vytvorili dva uhly, ktoré môžu mať inú veľkosť. My sa však budeme zaoberať menším z týchto dvoch uhlov.

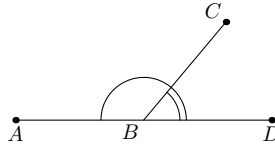
Uhol má svoju veľkosť a jednotku, ktorú používame, keď ju chceme určiť, nazývame **stupne**, tak ako napríklad používame metre, keď chceme zistiť dĺžku. Keď chceme zapísať 1 stupeň, napíšeme to ako  $1^\circ$ . Veľkosť uhla, ktorý tvoria celé hodinky (nerozdelené ručičkami) je  $360^\circ$ . Takže keď za hodinu minútová ručička prejde celý kruh, tak môžeme povedať, že prešla  $360^\circ$ . Keď ručičky rozdeľujú hodinky na dve presne rovnaké časti, tak oba uhly, ktoré vytvárajú majú veľkosť  $180^\circ$ . Vtedy tieto ručičky ležia na jednej priamke a takému uhlu preto hovoríme aj **priamy uhol**.

Uhly nevytvárajú len ručičky na hodinkách, ale aj úsečky, ktoré majú spoločný bod, aj priamky, ktoré sa pretínajú. Uhly vieme nájsť aj v rôznych útvaroch, napríklad štvorec má 4 uhly, jeden pri každom svojom vrchole. Uhol na obrázku vyznačujeme oblúčikom. Uhly budeme nazývať pomocou troch bodov: prvý bude bod na jednej z priamok, druhý bude bod, ktorý majú spoločný a tretí bude bod na druhej priamke (vždy to pomenujeme tak, aby spoločný bod priamok bol zapísaný v strede nášho uhla). Na obrázku vidíme uhol  $ABC$  (alebo aj  $CBA$ ).

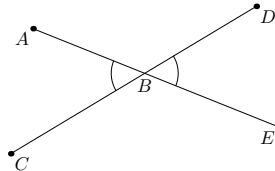


Teraz sa pozrime na nejaké základné fakty, čo platia o uhloch:

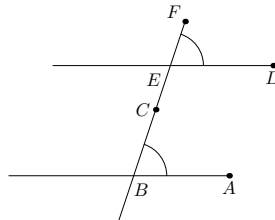
1. Vyznačené uhly na obrázku nazývame **susedné**. Platí pre nich, že ich súčet je  $180^\circ$ , lebo dokopy vytvárajú priamy uhol ( $|\angle ABC| + |\angle CBD| = 180^\circ$ ).



2. Uhly na obrázku nazývame **vrcholové** a platí pre nich, že majú rovnakú veľkosť ( $|\angle ABC| = |\angle DBE|$ ).



3. Keď máme dve rovnobežné priamky, ktoré pretína tretia priamka tak ako na obrázku, tak takéto uhly nazývame **súhlasné**. Tieto uhly majú rovnakú veľkosť ( $|\angle CBA| = |\angle FED|$ ).



Teraz sa pozrime, ako vieme použiť tieto znalosti v úlohe.

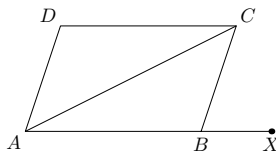
### Návodná úloha 1

V rovnobežníku  $ABCD$  je strana  $AB$  rovnobežná so stranou  $CD$  a strana  $BC$  je rovnobežná so stranou  $AD$ . Aká je veľkosť uhla  $ABC$ , ak viete, že veľkosť uhla  $CAD$  je  $42^\circ$  a veľkosť uhla  $CAD$  je dvakrát väčšia ako veľkosť uhla  $BAC$ . Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.



**Riešenie návodnej úlohy 1**

Rovnoobežník je štvoruholník, ktorého obe dvojice protilahlých strán majú rovnakú veľkosť a sú rovnobežné. Keďže vieme, že uhol  $CAD$  je dvakrát väčší ako uhol  $BAC$  a uhol  $CAD$  má veľkosť  $42^\circ$ , tak uhol  $BAC$  má veľkosť  $21^\circ$ . Uhly  $BAC$  a  $CAD$  spolu vytvárajú uhol  $BAD$ . Takže uhol  $BAD$  má veľkosť  $42^\circ + 21^\circ = 63^\circ$ . Teraz si môžeme predĺžiť úsečku  $AB$  a vyznačiť si bod  $X$  tak, aby nám tam vznikol uhol  $CBX$ . Všimnime si, že uhly  $BAD$  a  $XBC$  sú súhlasné, lebo úsečky  $AD$  a  $BC$  sú rovnobežné a úsečka  $AX$  ich pretína. Preto veľkosť uhla  $XBC$  je rovnaká ako veľkosť uhla  $BAD$ , teda  $63^\circ$ . Nakoniec použijeme to, že uhly  $ABC$  a  $XBC$  sú susedné, lebo spolu vytvárajú priamy uhol. Preto ich súčet musí byť  $180^\circ$ . Veľkosť uhla  $XBC$  poznáme, preto ľahko dopočítame veľkosť uhla  $ABC$ :  $180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$ .



Pri riešení tejto úlohy sme si mohli všimnúť, že súčet uhlov  $ABC$  a  $BAD$  je  $180^\circ$ . Toto platí pre všetky rovnobežníky, takisto ako to, že protilahlé uhly v rovnobežníku majú rovnakú veľkosť. Môžete sa zamyslieť, prečo to vždy platí.

Ďalšia vec, ktorá sa často používa v úlohách je fakt, že **súčet uhlov v každom trojuholníku je  $180^\circ$** . Čo sa týka trojuholníkov, tak poznáme aj dva špeciálne typy, v ktorých platia isté fakty. **Rovnostranný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého všetky strany sú rovnako dlhé a všetky uhly majú rovnakú veľkosť (Akú?). **Rovnoramenný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého niektoré dve strany majú rovnakú veľkosť. Potom aj dva uhly, ktoré zvierajú tieto strany s treťou stranou (nazývame ju základňa), majú rovnakú veľkosť. Pozrime sa, ako tieto znalosti môžeme použiť v úlohe.

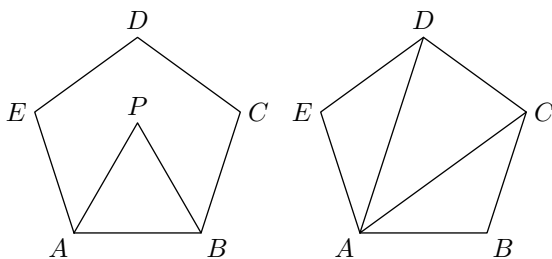
**Návodná úloha 2**

Je daný pravidelný päťuholník  $ABCDE$  a v ňom rovnostranný trojuholník  $ABP$ . Aký veľký je uhol  $PBC$ ? Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.

**Riešenie návodnej úlohy 2**

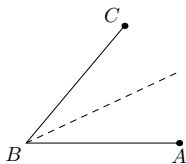
Keďže vieme, že súčet všetkých uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$  a uhly v rovnostrannom trojuholníku sú rovnako veľké, tak každý uhol v rovnostrannom trojuholníku musí mať veľkosť  $180 : 3 = 60^\circ$ . Preto každý uhol v trojuholníku  $ABP$  je  $60^\circ$ . Všimnime si, že uhol  $ABP$  a uhol  $PBC$  spolu vytvárajú uhol  $ABC$ , čo je uhol v pravidelnom päťuholníku. Pre pravidelný päťuholník (tak ako aj pre

každý pravidelný mnohoúhelník) platí, že všetky jeho strany sú rovnako dlhé a všetky uhly rovnako veľké. Päťuholník si vieme rozdeliť na tri trojuholníky, ktorých všetky vrcholy sú vrcholmi päťuholníka. Všimnime si, že keď spočítame všetky uhly týchto trojuholníkov, tak sme vlastne spočítali všetkých 5 uhlov päťuholníka. No ale keďže súčet uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$ , tak súčet uhlov v 3 trojuholníkoch bude  $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$ . Preto súčet 5 uhlov päťuholníka je  $540^\circ$ . Keďže tieto uhly sú rovnako veľké, tak jeden uhol pravidelného päťuholníka má veľkosť  $540^\circ : 5 = 108^\circ$ . Teda uhol  $ABC$  má veľkosť  $108^\circ$ . Teraz už vieme vypočítať veľkosť uhla  $PBC$  ako rozdiel uhlov  $ABC$  a  $ABP$ , lebo  $ABP$  a  $PBC$  spolu vytvárajú uhol  $ABC$ . Veľkosť uhla  $PBC$  je  $108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$ .



Podobným postupom si vieme vypočítať súčet uhlov v hocijakom mnohoúhelníku, stačí keď si ho rozdelíme na trojuholníky, ktorých vrcholy sú vrcholmi mnohoúhelníka.

Posledná vec, ktorú si spomenieme je os uhla. **Os uhla**  $ABC$  je priamka, ktorá rozdeľuje uhol  $ABC$  na dva rovnako veľké uhly. Do obrázku sa väčšinou zakresľuje prerušovanou čiarou.



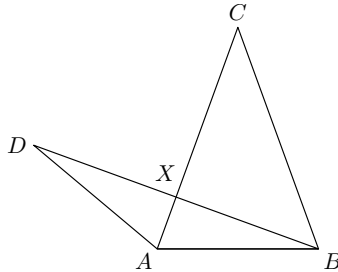
Po hádke dvaja ľudia odišli a pri stole ostali len chlapec a dievča v rovnakých svetloch. Lysandera zaujali už na prvý pohľad, a preto si k nim prisadol.

Po pár slovách zistil, že sa nemýlil, chlapec a dievča, teda Apollo a Artemis sú dvojčky. Rýchlo našli spoločnú reč, nakoľko všetkých troch trápil plánovaný výrub lesa, kde žilo niekoľko druhov takmer vyhynutých zvierat firmou Výchrica a.s.

„Pozrite, toto tam chcú postaviť!“, pohoršovala sa Artemis a z plátenej tašky vyberala plán budúcej stavby na mieste výrubu, ktorý včera ukradla.

### Úloha 3

Na pláne výstavby je rovnoramenný trojuholník  $ABC$  so základňou  $AB$  a s uhlom  $40$  stupňov pri vrchole  $C$  a aj rovnoramenný trojuholník  $ABD$  so základňou  $BD$  tak, že  $AC$  je os uhla  $BAD$ . Označme  $X$  priesečník úsečiek  $AC$  a  $BD$ . Určte veľkosť uhla  $CXD$ .



„To je strašné!“ pozeral smutný Apollo na plán stavby. „Musíme s tým niečo spraviť!“ po chvíli sebedovome vyhlásil Lysander. Dvojčičky sa na seba usmiali, v minulosti už jeden les protestom zachránili, takže presne vedeli, čo treba spraviť. Prenajať dodávku, zavolať čo najviac ľudí a vyraziť na cestu.

V meste kde žili bol len jeden obchod, kde sa dali prenajať dodávky. Keď tam prišli predajňa bola plná ľudí a ostala už len posledná dodávka. Takéto situácie riešil predavač svojským spôsobom.

### Úloha 4

Predavač si predstavil trojčiferné číslo a jeho zákazníci sa ho pokúsili uhádnuť. Toto sú ich pokusy:

1. zákazník: 218,
2. zákazník: 571,
3. zákazník: 732,
4. zákazník: 853

Predavač im povedal: „Jeden z vás trafil všetky cifry a ostatní iba jednu, ale žiadna z uhádnutých cifier nie je na správnej pozícii,“ na čo hovoria jeho zákazníci: „Na základe tejto informácie nemôžeme určiť, ktoré číslo si si predstavoval, pretože existuje niekoľko takýchto čísel.“ Určte súčet všetkých týchto možných čísel.

Artemis ako prvá vyrátala predavačovú úlohu a tak získali dodávku. S ňou sa vydali do najbližších miest, aby spropagovali blížiaci sa protest. Ľudí ich nápad nadchol viac ako predpokladali. Dodávku odparkovali pri parku, kde sa pred spánkom ešte išli poprechádzať. Na lavičkách uvideli dvoch dedkov, ktorí hrali nezvyčajnú hru.

### Úloha 5

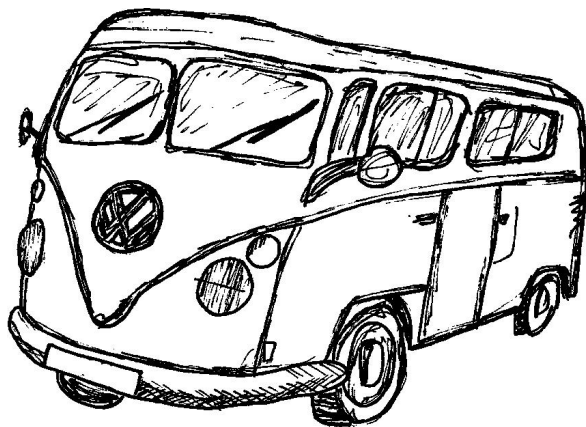
Dvaja hráči hrajú naháňačku na šachovnici  $8 \times 8$ . Začínajú v protilahlých rohoch a striedajú sa v ťahoch. Prvý hráč vyhrá, ak doženie druhého, teda ak stúpi na to isté políčko ako on. Ťahať môžu iba o jedno políčko v hociktorom zo štyroch smerov, ktoré s pôvodným políčkom susedia stranou. Prvý hráč začína. Doženie niekedy prvý hráč druhého? Ak áno, na kolko najmenej ťahov? Ak nie, prečo?

Ráno našli Apollo a Artemis v dodávke odkaz: "Hneď som späť, kúpte lístky na vlak pre ľudí. Lysander". Celkom ich to zarazilo, ale mali pred sebou veľa práce a tak sa tým nestíhali zapodievať. Pred železničnou stanicou sa stretli s ľuďmi, ktorí chceli ísť na protest. Apollo zistoval kolko palaciniiek im bude treba na večeru a Artemis išla kúpiť lístky. Pani za okienkom jej o vlakoch povedala nasledovné...

### Úloha 6

Vlak má 5 vozňov a v každom z nich je niekoľko cestujúcich (všade aspoň 1). Dvaja cestujúci sú susedia, ak sedia v rovnakom alebo vo vedľajších vozňoch. Každý cestujúci má buď práve 50, alebo práve 100 susedov. Kolko cestujúcich môže byť vo vlaku? Nájdite všetky možnosti.

Keď boli už všetci nastúpení vo vlaku, Apollo im poslednýkrát zamával a aj s Artemis išli k dodávke, kde ich už čakal Lysander. Keď sa ho opýtali kde bol iba niečo rýchlo zašomral a nastúpil. Dvojičky táto reakcia zaskočila ale mali pred sebou dlhú cestu a nechceli mať dusnú atmosféru v aute. Artemis si kusla do jazyka a Apollo sa len usmieval. Pristúpili k Lysanderovi do dodávky, zapli rádio a cesta sa mohla začať.



## Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **29. novembra 2021**

„...lebo toto leto sa s tebou roztancujem...“ znel refrén tohtoročného letného hitu z reproduktorov autorádia. Zatiaľ čo sa posádka auta vlnila do rytmu, Apollo znepokojene pozeral do mapy. Podľa trasy, ktorú vybrala Artemis a času strávenom v aute, by už mali prechádzať popri jazere. Okolo nich však boli len polia a občasný kríky. Nič nenasvedčovalo tomu, že by sa blížili k jazeru.

Po chvíli si to uvedomila aj Artemis. Vyrhla Apollovi mapu z rúk a zistovala v čom je problém.

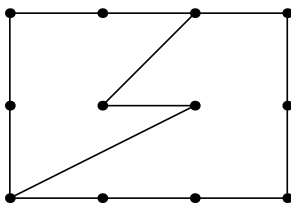
### Úloha 1

Na mape boli vyznačené 4 mestá na jednej priamke a vzdialenosť medzi každou dvojicou miest. Mapa ale bola stará, na jednej vzdialenosti bol flak a číslo pod ním nebolo možné prečítať. Zvyšné vzdialenosti boli: 2, 3, 11, 12 a 14. Tá, ktorú nebolo vidno kvôli flaku, bola tretia najkratšia. Aká bola táto vzdialenosť?

O pár minút Artemis zistila vzdialenosť k najbližšiemu mestu, cez ktoré viedla ich pôvodná trasa. Takto si cestu predĺžili o necelú hodinu, počas ktorej začal Apollo pliesť deku.

### Úloha 2

Na obrázku je znázornená deka, ktorú plietol Apollo z dvoch častí, päťuholníka a šesťuholníka v bodoch mriežky štvorcovej siete. Určite obsah šesťuholníka, ak päťuholník má obsah 15.



Slnko začalo zapadať a dodávku naplňalo šero. Kvôli obchádzke minuli oveľa viac benzínu ako pôvodne plánovali a v okolí okrem stromov a kríkov pri ceste nebolo nič. V dodávke začal prevládať strach, že im benzín dôjde a oni ostanú stáť uprostred ničoho. Nádejou boli malé svetielka v dialke, ktoré sa pomaly ale isto približovali. Lysander, Artemis a Apollo sa dostali do malej dedinky. Naozaj malej. Vyzeralo to, že všetci obyvatelia stáli pred jedným z dvoch domov, ktoré tam boli a udivene pozorovali blížiacu sa dodávku. Všetci traja vystúpili z auta a Apollo sa začal pýtať miestnych, kde by vedeli zohnať benzín. Tí najprv neboli veľmi zhovorčiví, čomu nepomáhal ani nedôverčivý pohľad Artemis. Nakoniec ale prelomili lady a zistili nasledovné...

### Úloha 3

V malej dedinke žije 5 pravdovravcov a 1 klamár. Môžeme si dvakrát vybrať ktorúkoľvek dvojicu a jednému z tejto dvojice položiť otázku, či je ten druhý klamár. Chceme s istotou určiť 4 pravdovravcov. Akým spôsobom sa máme pýtať?

Po odhalení klamára nájsť najbližšiu benzínku už nebol žiaden problém. Ostávalo len zistiť vzdialenosť k nej. Malý chlapec Leon im povedal vzdialenosť v hádanke. Artemis a Apolla to zaskočilo, no chlapec bol neoblomný a odmietal im odpovedať priamo. Neostávalo nič iné ako vzdialenosť vyrátať.

### Úloha 4

Z čísla 9876543210 vyškrtni čo najmenší počet cifier tak, aby cifra na mieste desiatok bola trikrát menšia ako cifra na mieste tisícok a cifra na mieste jednotiek bola o tri menšia ako cifra na mieste stoviek. Nájdí všetky riešenia.

Artemis rýchlo vyriešila hádanku a aj s Apollom nasadli do dodávky. Až vtedy si uvedomili, že Lysander opäť zmizol bez povšimnutia. Vystúpili a začali ho hľadať, nikto ho však nevidel.

„Lysandeer!“ kričala Artemis. „Toto je zlé, veľmi zlé. Ako sme si mohli nevšimnúť, že zmizol?“, strachoval sa Apollo. Zúfalo sa vrátili k dodávke. Naozaj už potrebovali odísť aby stihli prísť na protest včas, ale nechceli tam Lysandera nechať. Boli naozaj zúfalí.

Po ťažkom rozhodovaní začali nastupovať do auta, keď začuli ako k nim niekto beží. Otočili sa a uvideli zadýchaného Lysandera, ktorý v rýchlosti nastúpil do dodávky a naštartoval skôr ako sa ho stihli hocičo opýtať.

Počas cesty na benzínku a z nej na protest bolo v aute napätie, ktoré by sa dalo krájať. Lysander nechcel povedať kde bol, Apollo nechcel vyvolať hádku a Artemis zaspala. Preto ticho vládlo až kým nedorazili do kempu, kde ich už čakali ľudia, ktorí prišli na protest vlakom.

Hneď ako vystúpili sa pustili do práce a rozdali ľuďom palacinky, ktoré priniesli dodávkou.

### Úloha 5

Každému zo svojich piatich spolubývajúcich chce Lysander darovať niekoľko palacinek, každému aspoň jednu. Spolubývajúci vyslovili nasledujúce prania:

- Alfred: Chcem dostať rovnako veľa palacinek ako Boris.
- Boris: Chcem dostať viac palacinek ako Cyril.
- Cyril: Nechcem dostať rovnako veľa palacinek ako Daniel.
- Daniel: Chcem dostať nepárny počet palacinek.
- Emil: Chcem mať iný počet palacinek ako ktokoľvek iný.

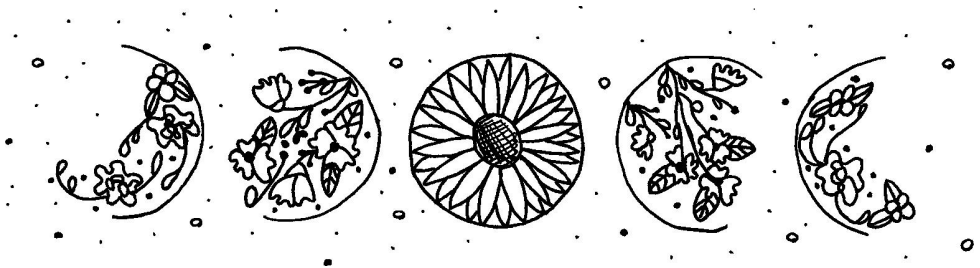
Kolko najmenej palacinek Lysander potrebuje, aby mohol splniť prania všetkých piatich kamarátov? Prečo mu menej palacinek nemôže stačiť?

Po úspešnom rozdaní všetkých palacíniek už ostávalo len počkať do rána na protest, kvôli ktorému sa tam všetci zišli. Artemis kvôli nedočkavosti a nadšeniu z účasti mnohých ľudí nevedela zaspáť. Dlhú sa prehadzovala v spacáku, až to nakoniec vzdala a vyšla zo stanu von. Pri ohni ešte sedelo pár ľudí a s jedným z nich, Vincentom, si zahrala nasledujúcu hru.

### Úloha 6

Artemis a Vincent majú na stole kôpku 100 kamienkov a hrajú takúto hru: hráč vo svojom ťahu vezme vždy z kôpky nejaký počet kamienkov, ktorý je deliteľom aktuálneho počtu kamienkov v kôpke, nesmie však vziať všetky kamienky. V ťahoch sa striedajú a Artemis začína. Hráč, po ktorého ťahu zostane 1 kamienok na kôpke, vyhráva. Určte, ktorý z hráčov má víťaznú stratégiu a ako vyzerá.

Ráno už na východe slnka bol celý kemp hore a pripravoval sa na protest. Všetci boli nedočkaví a namotivovaní, pretože zastaviť tak veľké množstvo ľudí im prišlo nemožné. Víťazstvo mali vo vrecku.





- Názov:** MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 1 • September 2021 • Zimný semester 31. ročníka
- Web:** [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk)
- E-mail:** [malynar@strom.sk](mailto:malynar@strom.sk)
- Riešenia:** Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk)
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*