Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 2 — Ročník 37 matik.strom.sk

Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MATIKa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MATIKa

Ako bude

Lomihlav

Aj tento rok nás čaká začiatkom decembra súťaž Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev určená pre žiakov siedmeho až deviateho ročníka základných škôl (alebo príslušných ročníkov viacročných gymnázií). Ich úlohou je vyriešiť čo najviac zo 40 matematických úloh, 4 hlavolamov a 4 hádaniek. Súťaž sa uskutoční v piatok 1.12.2023 v priestoroch Gymnázia na Alejovej 1 v Košiciach. Registrovať sa môžete do 20.11.2023. Bližšie informácie o registrácii, súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na `https://matik.strom.sk/sk/lomihlav/`.

Minisústredenia na školách

Niektoré zážitkové a vzdelávacie aktivity, ktoré robíme, by sme radi priblížili aj skupine žiakov, ktorí neriešia naše semináre v podobe krátkeho matematického sústredenia priamo v škole. V spolupráci so školami organizujeme jednodňové a dvojdňové matematické „minisústredenia“ pre 30 až 60 žiakov 5. – 9. ročníka (vždy rozsah najviac 4 ročníkov). Sústredenia prebiehajú priamo v priestoroch školy. Viac sa dozviete na `https://matik.strom.sk/sk/aktivity/minisustredenia/`.

Tábor mladých matematikov

Drahí riešitelia, ak premýšľate, čo s časom počas ďalších letných prázdnin, máme pre vás dobré správy! Už vieme, kedy a kde sa bude konať TMM, teda Tábor mladých matematikov! V kalendároch si rezervujte 29. júla až 5. augusta 2024, pretože práve vtedy sa ocitneme v Rekreačnom stredisku Zelený breh na najúžasnejšej akcii roka. Pozvánka a prihlasovanie pribudnú na stránku niekedy ku koncu tohto roka po zmene grafikonu ZSSK.

Nevieš, čo je TMM? Tábor mladých matematikov je ako sústredenie, avšak je o 2 dni dlhšie, takže o 2 dni lepšie! Viac informácií a neskôr aj samotnú pozvánku a prihlasovanie nájdeš na `https://matik.strom.sk/tmm/`.

Vzorové riešenia 1. série úloh zimného semestra

1 opravovali: **Erik „Rici“ Novák** a **Janka Urbánová** 81 riešení
najkrajšie riešenia: Hanka Ihnátová a Magdaléna Škriabová

Zadanie

1. fergusta 19XX
Konečne som si našiel posádku a počas toho, ako sme čakali pri Úrade dobrodružstiev na zapísanie svojej výpravy, vedľa nás stál zaujímavý rad deviatich chlapov. Stáli za sebou a všetci sa dohodli na trojcifernom kóde. Niektorí z nich sú klamári, ostatní hovoria pravdu. Prvého som počul povedať: „Kód obsahuje číslicu 1. Ten za mnou klame.“ 7 chlapov za ním povedalo: „Kód je deliteľný mojím poradovým číslom v tomto rade. Ten za mnou klame.“ Posledný povedal: „Kód je deliteľný 9.“ Aký je teda kód?

Riešenie

Zamyslíme sa nad tým, ktorí chlapi v rade klamú, a ktorí hovoria pravdu. Ak prvý chlap hovorí pravdu, tak druhý chlap klame. V tom prípade druhý chlap klame o tom, že tretí chlap klame, a teda tretí chlap hovorí pravdu. Týmto spôsobom zistíme, že ak prvý chlap hovorí pravdu, tak hovorí pravdu aj tretí, piaty, siedmy a deviaty, kým druhý, štvrtý, šiesty a ôsmy klame.

Naopak, ak prvý chlap klame, dôjdeme rovnakou úvahou k tomu, že klamú aj zvyšní chlapi na nepárnych pozíciách a tí na párnych pozíciach hovoria pravdu. Toto sú jediné dve možnosti, keďže ich jednoznačne určuje pravdovravnosť prvého chlapa.

Hľadaný kód nájdeme rozborom prípadov: Ak klamú chlapi na nepárnych pozíciách, tak chlap na tretej pozícii tvrdí, že kód nie je deliteľný číslom 3, no chlap na šiestej pozícii tvrdí, že kód je deliteľný číslom 6. To nastať nemôže, pretože každé číslo deliteľné 6 je deliteľné aj 3. Pre túto možnosť teda neexistuje hľadaný kód.

Ak klamú chlapi na párnych pozíciách, spojením ich výrokov dostávame, že kód musí byť deliteľný číslami 3, 5, 7 a 9, nebyť deliteľný číslami 2, 4, 6 a 8 a obsahovať číslicu 1. Najmenším spoločným násobkom čísel 3, 5, 7 a 9 je číslo 315, teda kód je násobkom 315. Iné trojciferné násobky čísla 315 (630 a 945) neobsahujú číslicu 1.

Hľadaný kód je teda 315.

Komentár

S úlohou ste sa popasovali úspešne a nájsť výsledný kód nebol v podstate pre nikoho problém. Najčastejší kameň úrazu bolo rozobratie možnosti, v ktorej prvý chlap klame. To, že jeho nik neobviňuje z klamania, neznamená, že je nutne pravdovravný. Predsa len v zadaní sa píše iba: „Niektorí z nich sú klamári, ostatní hovoria pravdu.“

2

opravovali: **Lujza Milotová** a **Lucka Kleščová**
najkrajšie riešenia: Hanka Ihnátová a Katka Tóthová

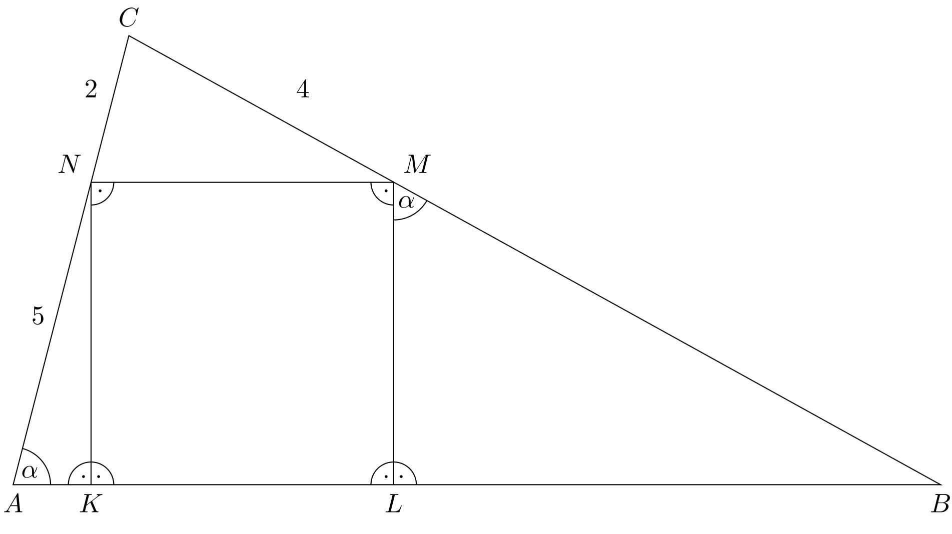
66 riešení

Zadanie

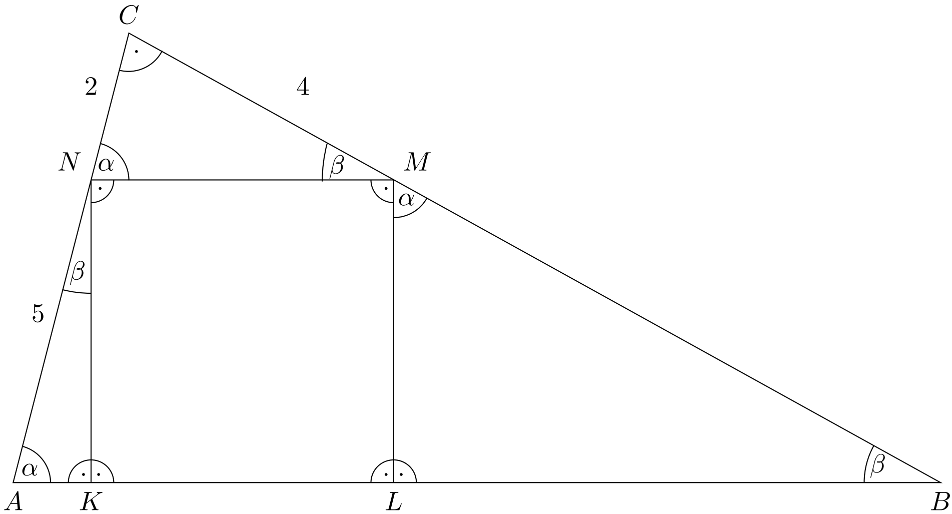
2. fergusta 19XX
Spoločne s mojou novou posádkou sme si išli kúpiť ponorku. Na výber bolo niekoľko ponoriek, ale jedna konkrétna nám padla do oka. Obal jej tryskového pohonu bol v tvare trojuholníka ABC. V obale sa nachádzala samotná tryska v podobe štvorca $KLMN$ vpísaného do trojuholníka ABC tak, že úsečka KL leží na strane AB, bod M leží na strane BC a bod N leží na strane AC. Ďalej vieme, že veľkosť uhla BML je rovná veľkosti uhla KAN. Ak poznáme dĺžky $|CM| = 4, |CN| = 2, |AN| = 5$, aký je obsah trojuholníka ABC?

Riešenie

Nakreslime si, čo vieme zo zadania. Veľkosti uhlov BML a KAN označíme α.



Trojuholníky AKN a MLB majú jeden uhol pravý a jeden uhol veľký α. Z toho vyplýva, že trojuholníky AKN a MLB sú podobné podľa vety uu, a teda uhly ANK a LBM sú rovnako veľké. Označme si veľkosť týchto dvoch uhlov β. Úsečky AB a NM sú rovnobežné. Preto budú aj uhly LBM a NMC rovnako veľké, sú to totiž súhlasné uhly. Takže aj veľkosť uhla NMC označme β. Podobne uhly KAN a MNC sú súhlasné, teda veľkosť uhla MNC je α. Potom trojuholníky ABC a ANK sú podobné podľa vety uu, čiže uhol ACB je pravý.



Trojuholníky ABC a NMC sú tiež podobné podľa vety uu. Z ich podobnosti vieme, že pomer strán CN a CM musí byť rovnaký ako pomer strán CA a CB. To môžeme zapísať takto:

$$\begin{aligned} \frac{2}{4} &= \frac{7}{4+|MB|} \\ 8 + 2 \cdot |MB| &= 28 \\ 4 + |MB| &= 14 \\ |MB| &= 10 \end{aligned}$$

Z toho vieme dopočítať, že $|CB| = 4+10 = 14$. Keďže trojuholník ABC je pravouhlý, jeho obsah už spočítame ľahko a dostaneme

$$\frac{|AC| \cdot |CB|}{2} = \frac{7 \cdot 14}{2} = 49.$$

Obsah trojuholníka ABC je 49.

3

opravovali: **Oliver Seman**, **Oskar Cacara** a **Iskra**
najkrajšie riešenia: Nina Hudáková a Kika Jančigová

79 riešení

Zadanie

3. fergusta 19XX
Prezerali sme si našu novú ponorku. Jej ovládací panel má na sebe napísaných deväť čísel do tvaru kružnice, pričom všetky z nich boli 0 alebo 1. Keď sme sa naň prvýkrát pozreli, nachádzala sa tam aspoň jedna 0 a aspoň jedna 1. Každú hodinu sa udialo nasledovné: medzi všetkými susednými dvojicami rovnakých čísel sa objavila 1 a medzi všetkými susednými dvojicami rôznych čísel sa objavila 0. Zároveň sa predošlých deväť čísel zmazalo. Vie sa opakovaním tohto procesu niekedy na ovládacom paneli objaviť deväť jednotiek naraz? Ak áno, uveďte možné počiatočné rozloženie, ak nie, dokážte, prečo sa to nedá.

Riešenie

Vieme, že na začiatku bola na paneli napísaná aspoň jedna jednotka a aspoň jedna nula. Zároveň vieme, že jednotku dostaneme len medzi susednými dvojicami rovnakých čísel. Na to, aby sme dostali samé jednotky, by sme museli krok pred tým dostať samé nuly alebo samé jednotky. Situáciu so samými jednotkami ale môžeme zanedbať, pretože nám od samých jednotiek netreba ďalším krokom získať opäť samé jednotky, teda sa pozrieme na situáciu so samými nulami. Nulu dostaneme medzi susednými číslami s rôznymi hodnotami. Hľadáme také rozloženie núl a jednotiek na začiatku, aby sme sa od nich vedeli dostať k samým nulám. Uvedomme si, že na to, aby sme dostali viacero núl za sebou, sa musia v predošlom kroku opakovať čísla 0 a 1, pretože dve nuly či jednotky vedľa by nám vyrobili jednotku. My potrebujeme dostať samé nuly, teda musíme do kruhu zoradiť čísla 0 a 1 tak, aby každá nula susedila s jednotkami a naopak. Na to potrebujeme rovnaký počet núl a jednotiek, pretože ak by sme si čísla napísali do radu, musel by sa rad končiť na číslicu opačnú k tej prvej, a teda by sme použili rovnaké množstvo jednotiek aj núl. My ale máme 9 čísel, takže z jednej hodnoty bude viac čísel ako z druhej, takže na paneli samé jednotky dostať nevieme.

Komentár

Vo vašich riešeniach sa najčastejšie opakovali dve chyby. Tou prvou bolo, že ste nevysvetlili poriadne, prečo sa k samým jednotkám vieme dostať iba zo samých núl a k tým iba z jednotiek a núl na striedačku. Druhou častou chybou bolo, že niektorí z vás si na začiatku nakreslili nejaké rozloženia núl a jednotiek a prehlásili, že ak to pre tieto rozloženia nejde, nejde to vôbec. Úlohu bolo potrebné riešiť všeobecne, a teda sme takéto riešenia nemohli ohodnotiť mnohými bodmi.

4 opravovali: **Martinka Osuská** a **Jano Richnavský**

najkrajšie riešenie: Hanka Ihnátová

49 riešení

Zadanie

4. fergusta 19XX
Našej navigátorke Mirke sa stratili súradnice cieľa tejto výpravy. Samozrejme, potrebovali sme ho predtým, než sa vydáme na cestu. Našťastie si Mirka pamätala svoje výpočty, ktorými sa k týmto súradniciam dostala. Tieto výpočty som predal svojej posádke so slovami: Nájdite všetky čísla v tvare $\overline{abcd}$, pre ktoré $\overline{ab} \cdot 53 + \overline{cd} \cdot 18 = \overline{abcd}$.

(Číslo $\overline{xyz}$ je trojciferné číslo s cifrou x na mieste stoviek, cifrou y na mieste desiatok a cifrou z na mieste jednotiek.)

Riešenie

Číslo $\overline{abcd}$ vieme napísať ako $1000a + 100b + 10c + d$. Podobne číslo $\overline{ab}$ vieme napísať ako $10a + b$ a číslo $\overline{cd}$ ako $10c + d$. Celú rovnicu zo zadania teda vieme prepísať do tvaru:

$$(10a + b) \cdot 53 + (10c + d) \cdot 18 = 1000a + 100b + 10c + d$$

Túto rovnicu vieme ďalej upravovať:

$$\begin{aligned} 530a + 53b + 180c + 18d &= 1000a + 100b + 10c + d \\ 170c + 17d &= 470a + 47b \\ 17(10c + d) &= 47(10a + b) \\ 17 \cdot \overline{cd} &= 47 \cdot \overline{ab} \end{aligned}$$

Pravá strana rovnice je deliteľná prvočíslom 47. To isté musí platiť aj pre ľavú stranu. Aby bolo číslo $17 \cdot \overline{cd}$ deliteľné číslom 47, musí ním byť deliteľné aj samotné číslo $\overline{cd}$, keďže prenásobenie prvočíslom 17 jeho deliteľnosť číslom 47 nezmení.

Teda $\overline{cd}$ je dvojciferný násobok čísla 47. Tie sú len dva: 47 a 94. Rozoberme tieto dve možnosti:

- Ak $\overline{cd} = 47$, dostávame po dosadení rovnicu $17 \cdot 47 = 47 \cdot \overline{ab}$, z ktorej vyplýva, že $\overline{ab} = 17$.
- Ak $\overline{cd} = 94$, dostávame po dosadení rovnicu $17 \cdot 94 = 47 \cdot \overline{ab}$, z ktorej vyplýva, že $\overline{ab} = 34$.

V prvej možnosti je celé číslo $\overline{abcd}$ rovné 1747 a v druhej 3494. To sú jediné dve správne riešenia.

Komentár

Riešenia, ktoré neboli ohodnotené plným počtom bodov, väčšinou utrpeli tým, že po nájdení jedného vhodného riešenia sa nevenovali tomu, či riešení nemôže existovať viac. Takéto riešenia pochopiteľne neboli kompletné. Preto si v budúcnosti dajte pozor, aby ste buď ukázali, že vaše riešenie je jediné správne, alebo sa zamysleli nad ďalšími možnosťami.

Niekoľko riešení pohorelo na tom, že predpokladalo, že cifry musia byť rôzne, čo však zadanie neuvádza. To, že sme ich označili rôznymi písmenami, síce znamená, že môžu byť navzájom rôzne, nie však musia.

5 opravovali: **Mimi Hanus** a **Martin „Štyri“ Mentel**

najkrajšie riešenia: Elena Kundríková a Alena Chladná

59 riešení

Zadanie

5. fergusta 19XX
Pred výpravou sme potrebovali vykonať údržbu, ale miestny mechanik by si za to pýtal príliš veľa. Preto sme poprosili náhodného človeka na ulici, nech to urobí. Jeho návrhy na opravy sa nám ale zdali čudné, tak sme sa na nich rozhodli pre istotu pozrieť. Snažil sa nájsť 3 za sebou idúce prirodzené čísla, z ktorých jedno malo troch deliteľov, druhé štyroch a tretie päť deliteľov (v ľubovoľnom poradí). Existujú vôbec takéto čísla? Ak áno, nájdite všetky takéto trojice, ak nie, tak ukážte prečo.

Riešenie

Poďme sa pozrieť na to, ako sa vyvíja počet deliteľov pri jednotlivých číslach. Napríklad číslo 12 má 6 deliteľov: 1, 2, 3, 4, 6 a 12. Všimnime si, že každý z deliteľov je s niektorým ďalším v dvojici takej, že ak členy dvojice vynásobíme, dostaneme pôvodné číslo (dvojicami sú teda 1 a 12, 2 a 6, 3 a 4). Keďže vieme delitele takto podvojicovať, počet deliteľov je párny.

Ako ale dostaneme nepárny počet deliteľov? Keďže takto delitele dvojicujeme, niektorý deliteľ bude musieť byť vo dvojici so sebou samým – vezmime si napríklad číslo 9, jeho delitele sú 1, 3 a 9. Dvojicou bude potom očividne 1 a 9, druhú dvojicu bude tvoriť 3 so sebou samým.

Čo z toho vyplýva? Číslo, ktoré má nepárny počet deliteľov, musí mať aspoň jedného takého deliteľa, ktorý nám po vynásobení sebou samým dá pôvodné číslo. To znamená, že číslo, ktoré má nepárny počet deliteľov, je súčinom dvoch rovnakých čísel (teda druhou mocninou).

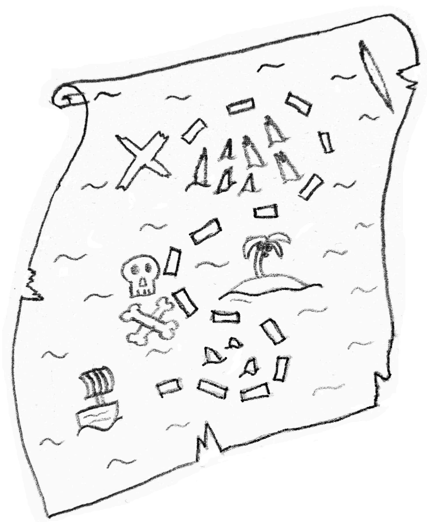
Pozrime sa teraz na rad čísel, ktoré dostaneme postupne násobením prirodzených čísel samých sebou: $1 \cdot 1 = 1^2 = 1$, $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$, $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$, $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$ atď.

Všimnime si, že rozdiel dvoch po sebe idúcich je najmenej 3 a vždy sa zvyšuje o 2. (Pre pokročilých to vieme jednoducho dokázať úpravou výrazov: Ak nejaké číslo n vynásobíme samým sebou, dostaneme n^2. Ak vynásobíme samým sebou číslo o jedna väčšie, teda $n+1$, dostaneme $(n+1)(n+1) = n^2 + 2n + 1 = n^2 + (2n+1)$. Z toho vyplýva, že druhá mocnina čísla o 1 väčšieho ako n je o $(2n+1)$ väčšia, pričom ak je n prirodzené číslo, je to aspoň o 3.) To znamená, že dve čísla prenásobené samými sebou nemôžu mať rozdiel menší ako 3.

Podľa zadania naše čísla s 3 a 5 deliteľmi musia byť v troch po sebe idúcich prirodzených číslach, teda ich rozdiel môže byť najviac 2. Keďže však čísla, ktoré majú 3 alebo 5 deliteľov, musia byť takými číslami, ktoré sme dostali vynásobením nejakého čísla sebou samým, ich rozdiel je najmenej 3. Teda nedokážeme nájsť trojicu po sebe idúcich prirodzených čísel takú, aby sa v nej nachádzalo aj číslo, ktoré má 3 deliteľov, aj číslo, ktoré má 5 deliteľov, a podmienky zo zadania určite splniť nevieme.

Komentár

Hoci je vo vzorovom riešení uvedený, dôkaz tvrdenia, že číslo s nepárnym počtom deliteľov je druhá mocina, sme nepožadovali. Mnoho správnych a prevažne správnych riešení iba uviedlo túto vetu alebo silnejšiu vetu, ktorá hovorí, že počet deliteľov prirodzeného čísla je rovný súčinu exponentov v jeho prvočíslenom rozklade zvýšených o 1, ako známy fakt.



6

opravovali: **Martin „Kopy“ Kopčány** a **Rišo Vodička**
najkrajšie riešenie: Lívia Lukáčová

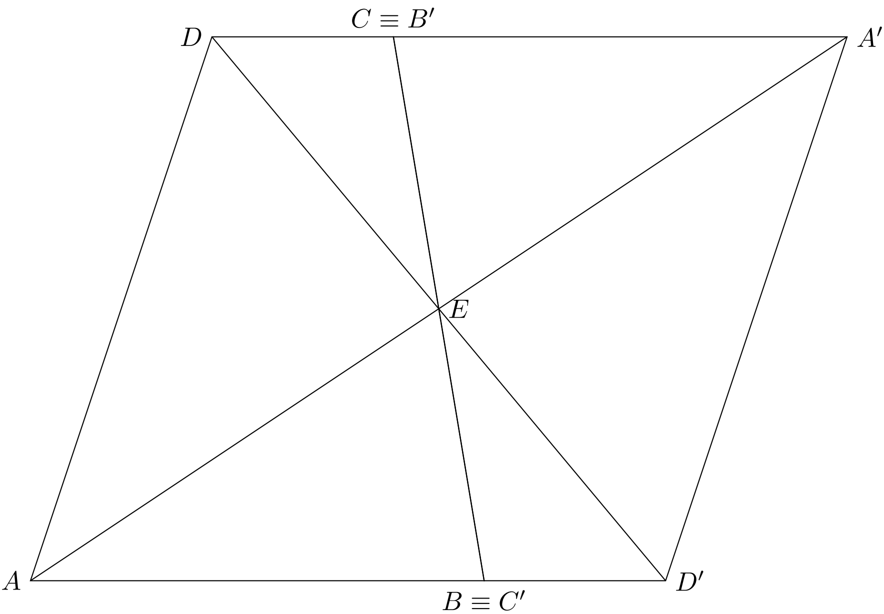
53 riešení

Zadanie

6. fergusta 19XX
Rozhodli sme sa ponorku opraviť sami. Bude to trvať pár týždňov. Najťažšia časť opráv bude výmena zadného ochranného plechu. Na to, aby sme ho vedeli vyrezať, potrebujeme poznať jeden z jeho uhlov. Plech, ktorý budeme vyrezávať, má tvar štvoruholníka $ABCD$, ktorého strany AB a CD sú rovnobežné a majú v súčte rovnakú dĺžku ako strana AD. Označme E stred strany BC. Aký veľký je uhol AED?

Riešenie

Začnime tým, že si celý štvoruholník zobrazíme stredovo súmerne podľa bodu E a situáciu si nakreslíme.



Všimnime si, že body B a C sa zobrazia na seba navzájom. Zároveň, keďže priamky AB a CD boli rovnobežné a E je stred strany BC, bod A' bude ležať na priamke CD a bod D' bude ležať na priamke AB.

Z vlastností stredovej súmernosti vieme, že keď sme úsečku AD preniesli a dostali úsečku $A'D'$, sú tieto dve úsečky navzájom rovnobežné a rovnako dlhé. To znamená, že $AD'A'D$ je rovnobežník.

Okrem toho tiež platí, že úsečka $C'D'$ je rovnako dlhá ako úsečka CD. Úsečka AD' má dokopy dĺžku rovnú súčtu strán AB a CD, čo zo zadania vieme, že je rovnako veľa ako dĺžka strany AD (aj $A'D'$). Rovnakú dĺžku bude mať strana $A'D$. Z toho vyplýva, že $AD'A'D$ nie je iba rovnobežník, ale dokonca kosoštvorec. Vieme, že v kosoštvorci sú na seba uhlopriečky (AA' a DD') kolmé, takže uhol AED je pravý.

Iné riešenie

Okrem použitia vlastnosti kosoštvorca sa na posledný krok môžeme pozrieť aj tak, že v trojuholníku $AA'D$ je DE ťažnica. Keďže je tento trojuholník rovnoramenný, ťažnica na základňu je to isté ako výška, takže uhol AED je pravý.

Iné riešenie

Označme F stred strany AD. Potom EF bude rovnobežná so základňami lichobežníka $ABCD$ a jej dĺžka bude aritmetickým priemerom ich dĺžok, teda

$$\frac{|AB| + |CD|}{2} = \frac{|AD|}{2} = |AF| = |FD|.$$

Z toho vyplýva, že body A, E a D ležia všetky na kružnici so stredom v F, pričom AD je priemerom tejto kružnice. Z Tálesovej vety potom vieme, že uhol AED je pravý.

Komentár

Teší nás, že ste mnohí vyriešili túto úlohu správne a dostali aj plný počet bodov. Prišli ste na veľa originálnych riešení, z ktorých sme aj my ostali prekvapení, že fungujú. Niektorí ste však úlohu riešili len pre konkrétny prípad štvoruholníka, napríklad obdĺžnik. Takéto riešenia nie sú úplne správne, lebo nezohľadňujú všetky prípady, ako môže obrázok vyzerať. Taktiež nestačí si úlohu narysovať a odmerať uhol. Nedokážeme totiž narysovať všetky možné podoby obrázka.

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **20. novembra 2023**

Úloha 1

1. aptembra 19XX
Nastúpili sme do ponorky. Jaj, konečne vietor v plachtách! I keď vlastne plachty nemáme, lebo sme v ponorke. Ale keby sme ich mali, boli by v tvare rovnoramenného lichobežníka $ABCD$ so základňami AB a CD, v ktorom by platilo, že $|AB| > |CD|$. Na strane CD by ležal bod E tak, že trojuholník ACE by bol rovnoramenný so základňou AC a AED by bol rovnoramenný so základňou AE. Trojuholník ABC by bol tiež rovnoramenný so základňou BC. No počkať, ale potom aký veľký by bol uhol CAE?

Úloha 2

2. aptembra 19XX
Náš palubný kartograf Peťo sa trocha zamotal. Pamätal si pár informácií, no nie presné číslo priamych ciest vedúcich medzi naším mestom a Atlantídou, naším mestom a dokmi a medzi Atlantídou a dokmi. Vedel ale, že z nášho mesta sa do dokov vieme dostať 11 rôznymi spôsobmi vrátane tých cez Atlantídu a do Atlantídy 13 rôznymi spôsobmi vrátane tých cez doky. Zároveň vedel, že medzi každou dvojicou miest vedie aspoň jedna priama cesta. Koľko existuje priamych ciest medzi jednotlivými miestami? Nájdite všetky možnosti a vysvetlite, prečo iné neexistujú.

Úloha 3

3. aptembra 19XX
Heuréka! Veže bájnej Atlantídy sa mi týčia v zornom poli. „Vitajte! Ja som morský Vilo," privítal nás muž so žiabrami namiesto uší, keď sme vystúpili z ponorky. Pozval nás na partiu tzv. atlantického pokeru, ktorý hrá 2023 hráčov usadených v kruhu. V hre sa nachádza 4046 hracích kariet, z každej hodnoty od 1 do 2023 práve dva kusy. Každý hráč začína s dvoma kartami rôznych hodnôt. V každom ťahu vyberie každý hráč nižšiu z dvoch kariet, čo má v ruke a pošle ju hráčovi po pravej ruke. Dokážte, že po niekoľkých ťahoch tejto hry nastane, že aspoň jeden z hráčov bude mať v ruke dve karty rovnakej hodnoty.

Úloha 4

4. aptembra 19XX
Miestni obyvatelia nám chceli ukázať, že sú múdrejší než my, tak si vytvorili test, z ktorého sa dalo získať 0 *až* 15 *bodov. Spolu sa ho napokon zúčastnilo* 9000 *ľudí. Nastal ale istý... incident. Po bezpečnostnej kontrole sa záznamy z testu zmenili. Všetky záznamy, ktoré obsahovali skóre* 1, 2 *alebo* 3, *sa zmenili na skóre* 0. *Všetky záznamy, ktoré obsahovali skóre* 12, 13 *alebo* 14, *sa zmenili na skóre* 15. *Hodnotiaca komisia si incident všimla kvôli tomu, že priemerné skóre kleslo presne o desatinu bodu. Predseda komisie tvrdil, že pôvodne existovali dve rôzne hodnoty skóre, pre ktoré platí, že počty ľudí s daným skóre sa líšia aspoň o* 150. *Má pravdu?*

Úloha 5

5. aptembra 19XX
Dnes sme boli pozvaní na audienciu k starostovi Atlantídy. Erb Atlantídy má tvar lichobežníka $ABCD$, *pričom platí, že* AB *je rovnobežná s* CD *a* $|AB| = 2 \cdot |CD|$. *Daný je bod* P *v strede strany* AB *a bod* Q *na strane* BC. *Obsah trojuholníka* PBQ *je 3 a obsah celého lichobežníka je 18. Nech* R *je priesečník úsečiek* PC *a* QD. *Aký je obsah trojuholníka* RQC*?*

Úloha 6

6. aptembra 19XX
Trhové námestie Atlantídy je vydláždené čiernymi a bielymi dlaždicami tak ako šachovnica 8×8. *Na námestí bolo rozmiestnených 8 strážcov tak, že v každom riadku a stĺpci bol iba jeden. Dokážte, že na čiernych dlaždiciach námestia je párny počet strážcov.*

Poradie po 1. sérii zimného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 11.	Daniela Tkáčová	Z8	ZLevoSN	9	9	9	9	-	9	54
	Richard Semanišin	Z7	GAlejKE	9	9	9	9	8	9	54
	Hana Ihnátová	Z8	ZObcSeč	9	9	9	9	9	9	54
	Magdaléna Škriabová	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	9	9	54
	Hana Erdélyiová	Z8	GAMČABA	9	9	9	9	9	-	54
	Alena Chladná	Z8	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	54
	Vojto Bálint	Z8	CZRZaZA	9	9	9	9	8	9	54
	Richard Futáš	Z7	ZPAngKE	9	9	9	9	7	9	54
	Natália Kropuchová	Z8	ZKro4KE	9	9	9	9	9	0	54
	Lívia Lukáčová	Z9	ZPoliKE	9	9	9	9	9	9	54
	Tomáš Cabúk	Z8	ZHlaGL	9	9	9	9	9	9	54
12. - 14.	Marek Mičko	Z7	ZKro4KE	9	-	9	9	8	9	53
	Elena Kundríková	Z7	ZKro4KE	9	9	8	9	9	-	53
	Michal Hudák	Z7	GAlejKE	9	9	9	9	-	8	53
15. - 17.	Šimon Jonaštík	Z7	GAMČABA	9	9	9	8	8	8	52
	Ján Meteňko	Z9	ZŠ Lúčna	8	9	9	8	9	9	52
	Jakub Katrák	Z8	ZPoliKE	9	9	9	9	7	6	52
18. - 19.	Alica Földesová	Z7	VSCharlott	9	9	9	9	6	-	51
	Filip Feher	Z7	ZPAngKE	9	9	9	-	6	9	51
20. - 23.	Daniel Ryan Takáč	Z9	GAlejKE	4	9	9	9	9	9	49
	Dominik Feňovčík	Z8	ZBeleKE	3	9	6	8	9	9	49
	Marek Babuščák	Z7	GAlejKE	7	9	8	9	6	7	49
	Michal Revický	Z8	GJARMPO	8	9	9	5	6	9	49
24.	Sara Vojtkova	Z9	ZPoliKE	7	9	9	8	6	9	48
25.	Jakub Tomasz	Z7	ZKro4KE	6	9	9	9	5	-	47
26. - 27.	Nina Hudáková	Z9	GAlejKE	9	9	9	9	2	8	46
	Šimon Lukačín	Z8	GAlejKE	8	1	4	8	9	9	46
28.	Katarína Tóthová	Z7	ZHôrky	8	9	9	-	9	1	45
29.	Sandra Futášová	Z7	ZPAngKE	8	9	9	9	-	-	44
30.	Lýdia Mikušáková	Z7	GAlejKE	8	9	3	7	3	7	42
31. - 32.	Adam Horváth	Z7	GAlejKE	9	8	9	-	6	-	41
	Šimon Mihalik	Z9	GsvTAKE	9	7	9	9	1	6	41
33. - 34.	Kristofer Noel Rjabinčák	Z7	ZKro4KE	9	9	6	-	-	7	40
	Lukáš Kostík	Z9	GAlejKE	9	9	9	5	5	3	40
35. - 37.	Sofia Sotakova	Z9	ZJŠveHE	9	7	2	9	6	5	38
	Lukáš Paška	Z9	ZKe30KE	9	4	9	9	-	7	38
	Jakub Jančiga	Z7	ZGoraZA	8	3	9	5	5	-	38
38. - 39.	Lívia Sušková	Z9	EGJAKKE	9	9	9	-	-	9	36
	Richard Haň	Z7	GAlejKE	4	9	4	-	1	9	36
40.	Michal Stupák	Z9	GAlejKE	5	9	9	2	2	8	35
41.	Kristina Jančigová	Z9	BGMHSuč	4	3	9	2	7	9	34
42. - 43.	Emilián Frischer	Z7	GAlejKE	8	9	3	-	5	-	33
	Eva Hricová	Z9	GAlejKE	6	4	6	9	2	6	33
44.	Martina Kováčová	Z7	ZĎumbBB	2	9	3	8	2	1	32
45.	Marie Kasalová	Z9	GTruhla	9	9	5	-	7	-	30
46.	Adam Šašala	Z9	GAlejKE	8	9	9	1	0	1	28
47. - 48.	Barbora Brindžáková	Z9	GPMláKE	9	9	9	-	-	-	27
	Hana Hricová	Z9	ZKro4KE	9	9	-	9	-	-	27
49.	Matúš Hudák	Z9	ZČsArPO	5	9	4	8	0	0	26

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
50. - 51.	Patrik Sklenár	Z7	GTVanSL	7	-	9	-	-	-	23
	Jakub Matracz	Z9	ZKe30KE	5	9	9	-	-	-	23
52. - 54.	Robbin Šimko	Z8	ZKro4KE	9	9	4	-	0	-	22
	Lukáš Húdek	Z9	GAlejKE	3	9	3	2	5	-	22
	Kareem Tereska	Z9	ZKomeMI	4	0	9	6	2	1	22
55. - 56.	Samuel Švec	Z8	ZKro4KE	8	-	8	5	0	-	21
	Sarah Horňáková	Z9	GAlejKE	4	5	4	1	0	7	21
57.	Damián Fedor	Z8	ZJuhVnT	-	4	9	-	7	0	20
58.	Viliam Vrchovinsky	Z7	ZKro4KE	9	-	5	-	0	0	19
59. - 62.	Miriam Varechová	Z9	ZKro4KE	9	9	-	-	-	-	18
	Jakub Stramba	Z9	ZKro4KE	-	9	9	-	-	-	18
	Daniela Štulajterová	Z8	ZKro4KE	9	-	9	-	-	-	18
	Filip Fekete	Z8	GJARMPO	5	9	-	4	-	-	18
63.	Tomáš Kováč	Z8	ZZlatáRV	9	-	5	-	-	-	14
64. - 67.	Veronika Štiavnická	Z7	ZKro4KE	9	-	2	-	-	-	13
	František Krč	Z9	ZKro4KE	5	-	8	-	-	-	13
	Matúš Marček	Z7	ZSNPBB	3	-	4	2	0	1	13
	Leonardo Pizzolato	Z9	ZSNPBB	6	0	6	-	-	1	13
68. - 70.	Barbora Menšíková	Z9	ZKro4KE	9	-	-	-	-	2	11
	Lila Kondžurová	Z8	ZMájNPO	9	1	1	-	-	-	11
	Oliver Kruták	Z7	GAlejKE	3	0	1	4	-	-	11
71.	Martin Janoško	Z8	ZKro4KE	4	-	6	-	-	-	10
72. - 74.	Šimon Petráš	Z8	GAMČABA	9	-	-	-	-	-	9
	Viktória Môciková	Z7	ZSNPBB	0	0	2	4	0	1	9
	Paulína Ďulová	Z7	GsvTAKE	5	0	2	-	0	-	9
75. - 76.	Leo Torma	Z8	ZKro4KE	-	-	0	8	-	-	8
	Lukáš Kmec	Z8	ZKro4KE	2	-	6	-	-	-	8
77. - 78.	Anna Birková	Z9	ZKro4KE	4	-	3	-	-	-	7
	Olívia Kovaľová	Z8	ZJuhVnT	-	1	3	-	3	0	7
79.	Lenka Harmanska	Z9	ZKro4KE	-	-	5	-	1	-	6
80.	Max Hložek	Z8	ZKro4KE	4	-	0	-	-	-	4
81. - 84.	Adela Polomská	Z8	ZKro4KE	-	-	-	-	2	1	3
	Marcel Falatko	Z8	ZKomeMI	3	0	-	-	0	0	3
	Petra Juríková	Z7	GsvTAKE	1	-	1	-	-	-	3
	Slavomira Synott	Z8	ZKro4KE	0	-	3	-	-	0	3
85. - 86.	Róbert Plencner	Z8	ZKro4KE	2	-	0	-	-	-	2
	Lenka Kozubová	Z8	ZKro4KE	-	1	-	-	1	-	2
87. - 88.	Marko Strompf	Z9	ZKro4KE	1	-	-	-	0	-	1
	Barbora Ševcová	Z8	ZKro4KE	0	-	-	-	-	1	1
89. - 91.	Šimon Varga	Z9	ZKro4KE	-	-	0	-	0	-	0
	Matúš Katina	Z8	ZKro4KE	-	0	-	-	-	0	0
	Miroslav Slivko	Z8	ZKro4KE	-	-	-	-	0	0	0

Názov:	MATIK – korešpondenčný matematický seminár Číslo 2 • November 2023 • Zimný semester 37. ročníka
Web:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.