STROM

Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte, riešitelia naši predrahí!

A máme po oboch sériách letnej časti 31. ročníka. Po dlhšom čase od opravenia konečne držíte v rukách to, čo ste nám poslali, aby sme si prečítali a ocenili hlasmi i bodmi. Hoci vás nebolo veľa, potešili nás mnohé vaše skvelé výtvory a riešenia.
Teraz nám už ostáva len tešiť sa na sústredko v septembri. Celé prázdniny môžete čakať, že vám príde obáločka a v nej pozvánočka.

Vaši **STROM**isti.

A mathematician and ...

A biologist, a statistician, a mathematician and a computer scientist are on a photo-safari in Africa. They drive out into the savannah in their jeep, stop and scour the horizon with their binoculars.
The biologist: „Look! There's a herd of zebras! And there, in the middle: a white zebra! It's fantastic! There are white zebras! We'll be famous!“
The statistician: „It's not significant. We only know there's one white zebra.“
The mathematician: „Actually, we know there exists a zebra which is white on one side.“
The computer scientist: „Oh no! A special case!“

A Mathematician (M) and an Engineer (E) attend a lecture by a Physicist. The topic concerns Kaluza-Klein theories involving physical processes that occur in spaces with dimensions of 9, 12 and even higher. The M is sitting, clearly enjoying the lecture, while the E is frowning and looking generally confused and puzzled. By the end the E has a terrible headache. At the end, the M comments about the wonderful lecture. The E says: „How do you understand this stuff?“
M: „I just visualize the process.“
E: „How can you possibly visualize something that occurs in 9-dimensional space?“
M: „Easy, first visualize it in N-dimensional space, then let N go to 9.“

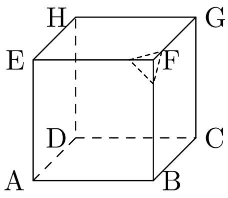
A mathematician and a physicist agreed on a psychological experiment. The (hungry) mathematician is put in a chair in a large empty room and his favorite meal, perfectly prepared, is placed at the other end of the room. The psychologist explains, „You are to remain in your chair. Every minute, I will move your chair to a position halfway between its current location and the meal.“ The mathematician looks at the psychologist in disgust. „What? I'm not going to go through this. You know I'll never reach the food!“ And he gets up and storms out.
The psychologist ushers the physicist in. He explains the situation, and the physicist's eyes light up and he starts drooling. The psychologist is a bit confused. „Don't you realize that you'll never reach the food?“ The physicist smiles and replies: „Of course! But I'll get close enough for all practical purposes!

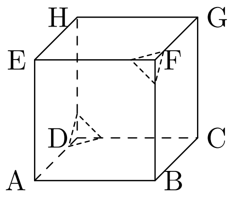
A physicist, a mathematician and a computer scientist discuss what is better: a wife or a girlfriend.
The physicist: „A girlfriend. You still have freedom to experiment.“
The mathematician: „A wife. You have security.“
The computer scientist: „Both. When I'm not with my wife, she thinks I'm with my girlfriend. With my girlfriend it's vice versa. And I can be with my computer without anyone disturbing me...“ “

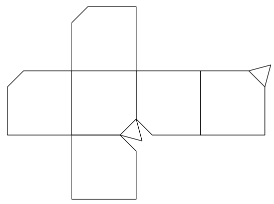
Komentáre k úlohám 4. série 31. ročníka

1. Opravovali: Mišo Dančo a Dávid Hudák **Počet riešiteľov: 29**
Najoriginálnejší riešitelia: Alex Kuncová

a) V tejto úlohe ste mali na vhodných miestach odrezať štvorsteny tak, aby vám vzniklo teleso s 2 trojuholníkovými a 6 päťuholníkovými stenami. Vieme, že kocka má 6 štvoruholníkových stien.

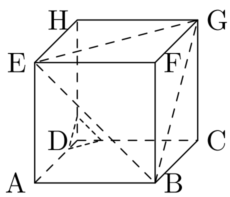


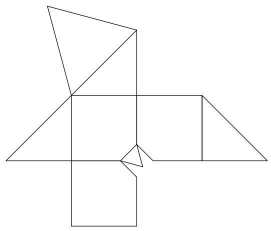




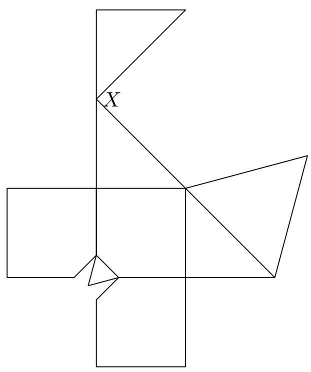
Ak vyberieme jeden ľubovoľný vrchol kocky (v našom prípade F) a odrežeme z rohu s vrcholom F malý štvorsten, tak dostaneme teleso s 3 päťuholníkovými stenami, 1 trojuholníkovou stenou a 3 štvoruholníkovými stenami. To však nie je naše hľadané teleso. Takže treba odrezať ďalší štvorsten. No nemôžeme ho hocikde odrezať. Ak by sme ho odrezali z rohov pri vrcholoch A, B, C, E, G, H tak zo vzniknutej 5-uholníkovej steny dostaneme 6-uholníkovú stenu. Jediný vrchol, ktorý nám ostal, je vrchol D.

Ak odrežeme malý štvorsten z tohto rohu, dostaneme naše hľadané teleso. Čiže mali sme odrezať štvorsteny na rohoch zodpovedajúcich koncovým bodom telesovej uhlopriečky kocky. Trojuholníky, ktoré nám vzniknú, sú rovnostranné. Sieť nášho hľadaného telesa je hore na obrázku.
b)V druhom prípade sme mali dostať teleso s 5 trojuholníkovými a 3 päťuholníkovými stenami. Už z predošlej úvahy je zrejmé, že odrezaním malého štvorstena pri nejakom vrchole kocky (v našom prípade D), vzniknú 3 päťuholníkové steny a 1 trojuholníková stena. Ostatné môžu byť už len trojuholníkové. Tu treba zmeniť taktiku. Rezom po uhlopriečkach troch susedných stien (rez BEG) vzniknú 4 trojuholníkové steny. To je naše hľadané teleso a jeho sieť vyzerá takto:





Najčastejšia chyba, ktorej ste sa dopúšťali, bolo nedôsledné alebo chýbajúce slovné vyjadrenie. Za to sa strhával bod. Druhou najčastejšou chybou bolo nesprávne narysovanie siete.



Tento nákres nie je sieť telesa, pretože pri vystrihnutí sa vám rozpadne na dve časti. Bod X totiž nemá rozmer. Je definovaný len svojím umiestnením.

2. Opravoval: Igor Parnahai **Počet riešiteľov: 16**

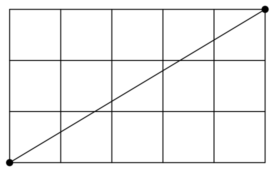
Jedno z možných riešení bolo nasledovné: Každý kamienok, ktorý sa nachádza na šachovnici, musí podľa zadania úlohy prejsť každým políčkom a až potom sa môže vrátiť na svoje miesto. Pozorujme pohyb konkrétneho kamienka, napr. toho, ktorý ako prvý opustí svoje miesto. Ak sa chce vrátiť na svoje pôvodné miesto, musí prejsť všetkými ostatnými políčkami, teda aj tými, na ktorých sa nachádzajú nejaké kamienky. Tieto kamienky sa musia pohnúť zo svojho miesta, no nesmú sa vrátiť skôr, ako prejdú všetkými ostatnými políčkami. To znamená, že keďsa kamienok, ktorý ako prvý opustil svoje miesto, vracia na svoje miesto (ale ešte tam nie je), tak všetky ostatné kamienky sa už pohli zo svojho miesta, no žiaden iný kamienok ešte nebol na všetkých políčkach. Takže toto je (príklad na) okamih, v ktorom žiaden kamienok nie je na svojom mieste.

Táto úloha bola jedna z najľahších, len si ju bolo treba dobre premyslieť. Väčšina z riešení bola správna, hoci niektoré boli pridlhé a riešitelia si to zbytočne skomplikovali. No našli sa aj takí, ktorí nie celkom pochopili zadanie úlohy. Body šli dole hlavne za nepochopenie zadania a za pokusy nájsť všetky možné riešenia ako sa môžu kamienky pohybovať. Úlohou nebolo rozoberať a hľadať všetky možné ťahy na šachovnici, ale ukázať, že existuje okamih, v ktorom žiaden kamienok nie je na svojom mieste.

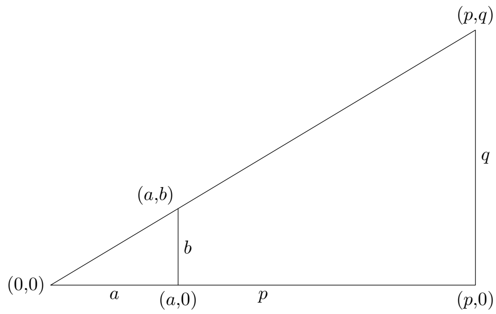
3. Opravovali: Robko Hajduk a Jano Kováč **Počet riešiteľov: 21**
Najoriginálnejší riešitelia: Tomáš Kocák, Dávid Vendel

Ako pri väčšine takýchto úloh, aj v tejto je najlepšie si začať kresliť a skúšať. A takéto je i riešenie podľa *Tomáša Kocáka.*

Pozrime sa najskôr na niektoré malé hodnoty p, q, kde p, q sú nesúdeliteľné, teda $(p, q) = 1$.

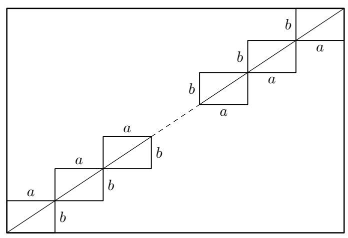


Čísla 5 a 3 sú nesúdeliteľné. Zdá sa, že ak spojíme body (0,0) a (5,3) (pozri obrázok), tak spojnica týchto dvoch bodov nepretne žiaden z mrežových bodov mriežky okrem bodov (0,0) a (5,3). Prečo je to ale tak? Je to práve kvôli už spomínanej nesúdeliteľnosti čísel 3 a 5. Skúsme to ukázať sporom. Vezmime ľubovoľné nesúdeliteľné čísla p a q. Predpokladajme, že spojnica bodov (0,0) a (p,q) prechádza iným mrežovým bodom ako (0,0) alebo $(p\ ,q)$. Nech má tento bod súradnice (a,b), ako je to na obrázku.



Trojuholník s vrcholmi (0,0),$(a$,0) a (a,b) je podobný podľa vety *uu* s trojuholníkom s vrcholmi (0,0),$(p$,0) a (p,q), a preto $p = ka$ a $q = kb$. Po vynásobení rovností dostávame $pb = qa$. Keďže p, q sú nesúdeliteľné, tak p/a a q/b, a teda $a \geq p$ a $b \geq q$. To je spor s tým, že bod $(p,\ q)$ leží na spojnici bodov (0,0) a (p,q). Takže skutočne pre nesúdeliteľné p, q neprechádza spojnica bodov (0,0), (p,q) cez žiaden mrežový bod okrem (0,0), (p,q).

Spojnica bodov (0,0) a (p,q) je na začiatku v jednom štvorci a $(p-1)$-krát prejde do susedného štvorca smerom doprava a $(q-1)$-krát do susedného štvorca smerom hore. To je $(p+q-1)$ štvorcov.



Ak vezmeme čísla p, q, pre ktoré platí $(p, q) = r$, teda $p = ra$, $q = rb$ pre a, b nesúdeliteľné. Takže dostávame situáciu ako na obrázku

kde je r obdĺžnikov s rozmermi $a \times b$. V jednoom obdĺžniku $a \times b$ prechádza spojnica (0,0), (p,q) cez $a+b-1$ štvorčekov. Je tam r obdĺžnikov a tak spojnica (0,0), (p,q) prechádza cez $r(a+b-1)$ štvorčekov. Po úprave dostávame, že je to $ra + rb - r$ a to je $p + q - (p, q)$.

Tak a sme hotoví. Skoro každy z vás vyriešil túto úlohu až do konca, čo sme veľmi radi. A aby ste sa nenudili je tu jedna úloha z podobného súdka. Majme p, q nesúdeliteľné celé čísla. Dokážte o nich, že platí nasledujúca rovnosť.

$$\left\lceil \frac{p}{q} \right\rceil + \left\lceil \frac{2p}{q} \right\rceil + \cdots + \left\lceil \frac{p.q}{q} \right\rceil = \frac{(p-1).(q-1)}{2}$$

4. Opravovali: Žužu & Lukáš **Počet riešiteľov: 23**
Najoriginálnejší riešitelia: Alex Kuncová, Martin Polačko

Nebol to ťažký príklad, o čom svedčí aj relatívne vysoký počet riešiteľov. Najjednoduchší spôsob riešenia spočíva vo využití podobností trojuholníkov a použití sínusovej vety. Namiesto toho, aby sme uviedli tento postup, ukážeme iné riešenie využívajúce známe zhodné zobrazenie - otočenie. Na začiatok skonštruujme bod S ako priesečník polpriamky $\overrightarrow{UM}$ a kružnice so stredom v bode F a s polomerom $|FM|$. $\triangle FMS$ je potom rovnoramenný so základňou MS. Ukazuje sa, že je dokonca aj rovnostranným trojuholníkom. Zo zadania vyplýva, že $\angle UPF = 60°$. Štvoruholník $UPFM$ je tetivový a teda vieme, že súčet dvoch protiľahlých uhlov je rovný 180°. Preto $\angle UMF = 180° - \angle UPF = 120°$. Susedný uhol k uhlu $\angle UMF$ má veľkosť 60°, a preto $\triangle FMS$ je rovnostranný trojuholník. Zobrazme teraz body S, U v otočení okolo bodu F o 60° v smere hodinových ručičiek. Bod S sa zobrazí do bodu M, bod U do bodu P. Z toho dostávame, že platí $|US| = |PM|$. Zároveň ale $|US| = |UM| + |MS|$ a $|MS| = |FM|$. Ak to všetko dáme dokopy, dostaneme hľadanú rovnosť $|PM| = |MU| + |MF|$.

5. Opravoval: Feri Kardoš **Počet riešiteľov: 18**
Najoriginálnejší riešitelia: Eduard Eiben, Mária Harčarufková, Tomáš Kocák
Úloha bola veľmi podobná piatej úlohe z predchádzajúcej série, s jedným podstatným rozdielom. Ten rozdiel nie je v tom, že táto úloha je o ovečke a vlkoch, zatiaľ čo minule to bolo o zajačikovi a līškach. :-) Rozdiel je v tom, že zatiaľ čo v minulej sérii líšky vedeli vždy zajaca chytiť, tentoraz ovečka vlkom vždy vie ujsť...
Drvivá väčšina z vás tento príklad zvládla. Viacerí z vás sa odvolali na (správny) výsledok z úlohy o zajačikovi: Líšky ho vedia chytiť jedine ak ich postavíme na kratšiu z diagonál, na ktorých stojí zajačik a udržiavame túto pozíciu. Tým, že ovečka má na začiatku dva ťahy, môže sa dostať na priveľa diagonál, ktoré sa nedajú pokryť troma vlkmi.
Úloha sa dala vyriešiť aj nezávisle na líškach a zajačikovi. Ovečka na svojej začiatočnej pozícii rozdeľuje diagonálami šachovnicu na štyri časti. Keďže vlci sú len traja, určite v jednej z týchto častí nebude ani jeden vlk. Keď sa ovečka rozbehne do tejto časti priamo (vodorovne alebo zvisle) a v tomto smere bude bežať von zo šachovnice, dá sa ukázať, že vlci ju už nemajú šancu chytiť.
A to je celé.

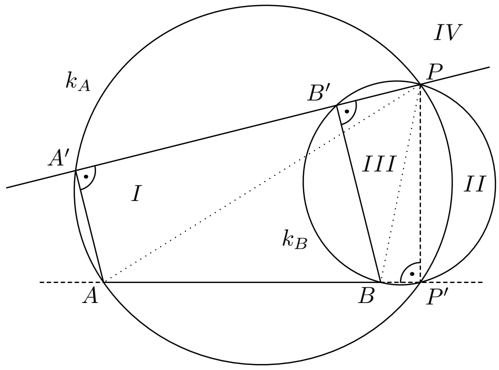
6. Opravovali: Robko Hajduk a Števo Pero **Počet riešiteľov: 13**
Najoriginálnejší riešitelia: Tomáš Kocák
Pre tých z vás, ktorí poznajú Euklidov algoritmus, bola táto úloha isto hračka, no a pre ostatných tu máme zopár myšlienok, ako pri riešení treba postupovať.
Označme $x_a = (10^a - 1)/9$ číslo, ktoré má a cifier, z ktorých každá má hodnotu 1. V našom prípade to bude $x_{12} = (10^{12} - 1)/9$ a $x_{100} = (10^{100} - 1)/9$. Na hľadanie najväčšieho spoločného deliteľa čísel a, b, (ďalej už len (a, b)) sa dá využiť Euklidov algoritmus. V stručnosti uveďme, čo to ten Euklidov algoritmus vlastne je. Nech a, b sú prirodzené čísla a nech $a > b$. Ak $b \mid a$, tak $(a, b) = b$. V prípade, že $b \nmid a$, využijeme kľúčový fakt, že $(a, b) = (a - b, b)$. Totiž ak $d \mid a$ aj $d \mid b$, tak $d \mid a - b$; na druhej strane ak $d \mid a - b$ a $d \mid b$, tak $d \mid a = a - b + b$. Preto každý spoločný deliteľ čísel a a b je aj spoločný deliteľ čísel $a - b$ a b a naopak.
Opakovaným použitím tejto myšlienky dostávame, že $(a, b) = (a - b, b) = (a - 2b, b) = \ldots$ Od väčšieho čísla a môžeme menšie číslo b odčítavať dovtedy, kým nedostaneme číslo menšie než b. To ale znamená vydeliť číslo a číslom b so zvyškom. Číslo a teda prepíšme do tvaru $a = bq_1 + r_1$, kde q_1, r_1 sú celé nezáporné čísla, $r_1 < b$ a $(a, b) = (b, r_1)$. Úlohu nájsť (a, b) sme previedli na úlohu nájsť najväčší spoločný deliteľ inej dvojice (menších) čísel.
Postup zopakujeme znova. Ak $r_1 \nmid b$, tak použijeme zápis čísla b v tvare $b = r_1.q_2 + r_2$, kde q_2 a r_2 sú nezáporné celé čísla, $r_2 < r_1$ a $(b, r_1) = (r_1, r_2)$. A takto pokračujeme až dovtedy, pokiaľ $r_i = 0$. V tom prípade $(a, b) = (b, r_1) = \ldots = (r_{i-2}, r_{i-1}) = r_{i-1}$. To, že to naozaj nastane, si krátkym zamyslením hneď uvedomíme.
Keď tento postup aplikujeme na konkrétne čísla, dostávame $(x_{100}, x_{12}) = (x_{12}, x_4) = x_4$.
Pozrime sa na prípad ak nemáme konkrétne hodnoty. Keďže x_i je zložené zo samých jednotiek, tak postupným delením čísla x_m číslom x_n dostávame, že $(x_m, x_n) = (x_{m-n}, x_n) = (x_{m-2n}, x_n) \ldots$ až kým číslo m nevydelíme číslom n so zvyškom. Je to teda analogické ako Euklidov algoritmus. Ak po určitom počte krokov dostaneme, že $(x_m, x_n) = (x_k, x_l)$ kde $k = l$, tak potom sme našli najväčšieho spoločného delit'eľa čísel x_m a x_n, ibaže to je rovnaké ako nájsť najväčšieho spoločného deliteľa čísel m a n. Teda dostávame, že $(x_m, x_n) = x_{(m,n)} = (10^{(m,n)} - 1)/9$ a to je číslo, ktoré má toľko cifier, ktoré sú rovné 1, ako je najväčší spoločný deliteľ počtov cifier v pôvodných číslach.
Je nám ľúto, že ste viacerí neposlali túto úlohu. Nabudúce sa nebojte a s odhodlaním sa pustite i do úloh, ktoré na prvý pohľad nepútaju svojím zadaním.

7. Opravovali: Tomáš Lučivjanský **Počet riešiteľov: 9**
Najoriginálnejší riešitelia: Tomáš Kocák
Táto úloha je vďačným príkladom toho, kedy ani vysoké poradové číslo úlohy neznamená, že ide o ťažkú úlohu. Veď posúďte sami náznak riešenia. Predpokladajme, že neplatí tvrdenie v zadaní (pôjde o dôkaz sporom). Nech teda neexistuje prvok, ktorý patrí do všetkých 2007 množín. Ďalej vieme povedať, že existuje

nejaký prvok, ktorý sa nachádza aspoň v 51 množinách. Prečo je to tak? Vyplýva to z Dirichletovho princípu. Vyberme ľubovoľnú z množín zo zadania, označme ju A. Keďže jej prienik s každou zo zvyšných 2006 množín je neprázdny a má len 40 prvkov, niektorý z jej prvkov musí nutne patriť do ďalších aspoň 50 množín. Označme tento prvok a. Podľa predpokladu existuje ešte nejaká množina B, v ktorej sa prvok a nevyskytuje. Ak by sa totiž vyskytoval, platilo by, že prvok a patrí každej z 2007 množín. Pozrime sa bližšie na množinu B. Má 40 rôznych prvkov a existuje aspoň 51 množín, ktoré majú spoločný práve jeden prvok (jedná sa o množiny, ktoré majú spoločný prvok a). Keďže B má s každou z týchto množín práve jeden spoločný prvok a tieto prvky nutne musia byť rôzne (popremýšľajte, prečo), tak B by mala mať aspoň 51 prvkov, čo zjavne nemôže nastať. Náš predpoklad o tom, že neexistuje prvok, ktorý patrí do všetkých 2007 množín, je nesprávny. Ostáva nám teda len možnosť, že Feri nakoniec pravdu predsa len má. Dozmnožinovania!

8. Opravoval: Robo Andrássy **Počet riešiteľov: 12**
Najoriginálnejší riešitelia: Tomáš Kocák

Úlohou bolo nájsť útvar, aký vytvorili kolmé priemety danej úsečky AB na všetky priamky prechádzajúce daným bodom P. Keď si človek narysuje dosť presný obrázok a dosť veľa možných priamok, riešenie sa dá uhádnuť. Obrázok nám môže pomôcť objaviť podstatu riešenia, no ako dôkaz nestačí. Prejdime si jedno z možných riešení.



Uvážme najprv, kde všade sa môžu nachádzať priemety bodu A:
a) Kolmý priemet bodu A na priamku AP je totožný s bodom A.
b) Kolmý priemet bodu A na priamku kolmú na AP (prechádzajúcu bodom P) je totožný s bodom P.
c) Pri všetkých ostatných priemetoch A' bodu A sa nachádza pravý uhol pravouhlého trojuholníka $AA'P$.
Teda všetky kolmé priemety bodu A ležia na Tálesovej kružnici k_A zostrojenej nad priemerom AP. Analogická úvaha platí pre priemety bodu B, ktoré potom ležia na Tálesovej kružnici k_B nad priemerom BP.
Vieme, že kolmým priemetom úsečky na priamku je vo všeobecnosti úsečka, alebo bod. Preto kolmý priemet úsečky AB na priamku p je určený kolmými priemetmi A', B' bodov A, B na priamku p.
V prípade, že kružnice k_A a k_B sa pretínajú v dvoch bodoch, tak jedným z nich musí byť bod P a druhým kolmý priemet P' bodu P na priamku AB (pouvažujte, prečo). Ak sa úsečka AB premieta na priamku PP', jej projekciou je bod P'. Vo všetkých ostatných prípadoch je projekciou AB úsečka, ktorej okrajové body A', B' ležia na kružniciach k_A a k_B. Vyšetrime, kde môžu ležať vnútorné body úsečky $A'B'$. Za týmto účelom kruh ohraničený kružnicou k_A (k_B) označme K_A (K_B).
a) Nech bod X patrí oblasti I (vnútro $K_A - K_B$). Potom bod $B' = k_B \cap XP$ leží na polpriamke XP a bod $A' = k_A \cap XP$ na polpriamke k nej opačnej. Teda bod X je vnútorným bodom úsečky $A'B'$.
b) Pre bod X patriaci oblasti II (vnútro $K_B - K_A$) platí analogická úvaha.
c) Nech bod X patrí oblasti III (vnútro $K_A \cap K_B$). Potom body $A' = k_A \cap XP$ a $B' = k_B \cap XP$ ležia na polpriamke opačnej k XP. Teda neexistuje takú priemet úsečky AB, že bod X z oblasti III je jej vnútorným bodom.
d) Vezmime bod z oblasti IV ($R^2 - (K_A \cup K_B)$). Body $A' = k_A \cap XP$ a $B' = k_B \cap XP$ opäť ležia na polpriamke opačnej k XP a teda bod X nemôže byť vnútorným bodom niektorého z priemetov úsečky AB.
Hľadaná množina všetkých priemetov je preto útvar, ktorý dostaneme, keď zo zjednotenia kruhov K_A a K_B odstránime vnútro ich prieniku $K_A \cap K_B$, čo môžeme zapísať aj v tvare

$$[(K_A \cup K_B) - (K_A \cap K_B)] \cup (k_A \cup k_B).$$

Konečné poradie Letného semestra 31. ročníka STROMu

P.	Meno	Trieda	Škola	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	H	P	CS
1.	Tomáš Kocák	3. A	GPoštKE	5	4	5	5	5	5	5	-	5	5	5	5	5	5	5	5	9	0	60
1.	Adriána Szilágyiová	3. A	GPoštKE	5	5	5	5	5	-	5	-	5	5	-	5	5	5	5	5	5	0	60
3.	Michaela Mokcsayová	Septima A	GDaxnVT	5	4	5	3	5	2	5	-	5	5	2	5	5	2	1	-	1	4	54

P.	Meno	Trieda	Škola	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	H	P	CS
4.	Alexandra Kuncová	Sexta	GAlejKE	5	5	5	4	5	5	-	-	5	4	5	5	5	-	-	-	2	0	53
5.	Martin Polačko	Sexta A	GAlejKE	5	3	5	2	4	4	-	-	5	5	4	5	-	5	5	-	-2	0	52
5.	Eduard Eiben	2. A	GPoštKE	5	5	5	2	5	5	-	-	5	-	5	5	5	5	-	-	2	0	52
7.	Michal Petrucha	3. AF	GMetoBA	5	5	5	2	5	-	-	-	5	5	-	4	-	-	5	3	0	5	49
7.	Jozef Jakubík	3. C	GKomePE	5	3	4	3	5	-	-	-	4	5	1	5	5	-	-	4	0	5	49
9.	Viktor Popovič	Kvinta	GMudrPO	5	4	4	2	4	-	-	-	4	1	1	5	5	-	-	-	0	3	48
10.	Miroslav Baláž	Septima	GKomeHÉ	4	3	5	-	4	5	3	-	4	5	-	0	4	-	5	2	0	5	47
11.	Dávid Vendel	2. A	GPoštKE	5	2	5	3	5	5	-	-	0	2	4	5	5	5	-	-	0	0	46
12.	Juraj Mitro	Kvinta A	GMudrPO	-	4	5	3	3	-	-	-	3	5	-	-	5	-	-	-	0	3	41
12.	Dávid Štrbka	Septima	GGrösBA	5	-	5	2	4	5	-	0	2	-	4	5	-	5	-	-	-1	4	41
12.	Nikola Špesová	3. A	GKonšPO	5	4	5	3	-	5	-	-	5	-	4	-	-	5	-	-	1	5	41
15.	Zuzana Cocuľová	1. A	GPoštKE	5	4	5	3	-	-	-	0	4	-	1	3	-	3	-	3	2	0	40
15.	Jana Baranová	Kvinta	GAlejKE	5	2	5	1	-	4	-	1	5	-	2	1	0	5	0	-	1	0	40
17.	Miroslav Liščinský	Sexta A	GAlejKE	5	5	5	3	-	4	-	1	5	1	3	5	-	-	1	-	0	0	38
18.	Peter Smolárik	1. A	GPoštKE	1	3	5	1	0	-	-	-	4	5	5	-	-	-	-	3	0	0	37
19.	Tomáš Rizman	Sexta B	GVaršŽA	5	1	5	3	4	5	-	-	3	-	-	-	5	-	-	-	0	5	36
20.	Katarína Povolná	Septima	GAlejKE	5	-	4	2	2	1	-	-	5	-	1	4	5	2	-	2	-1	0	33
21.	Jakub Jursa	Sexta A	GAlejKE	5	4	5	2	5	-	-	-	3	5	-	3	-	-	-	-	0	0	32
22.	Matúš Benko	3. D	GMudrPO	-	-	-	-	-	-	-	-	4	5	1	3	5	2	-	5	0	3	27
23.	Mária Harčarufková	3. A	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	-	-	4	5	3	4	5	-	5	-	1	0	26
24.	Andrea Görcsösová	Kvinta	GAlejKE	5	-	5	1	-	5	-	1	-	-	1	-	-	-	-	-	0	0	24
25.	Vladimír Novák	3. A	GPoštKE	5	4	3	3	-	5	-	1	2	-	-	-	-	-	-	-	0	0	23
25.	Michal Paulovský	Septima	GGrösBA	5	-	5	-	0	-	-	1	3	-	0	-	2	1	-	2	0	4	23
27.	Tomáš Kuzma	Sexta A	GAlejKE	4	-	1	2	2	-	-	-	-	-	4	5	-	1	-	3	0	0	22
28.	Jakub Vaňo	2. D	GMudrPO	5	4	1	-	4	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	3	21
29.	Monika Vaľková	Kvinta	GAlejKE	-	5	5	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	20
30.	Judita Hodásová	Sexta	GGrösBA	-	-	3	2	2	-	-	1	-	-	-	-	2	-	-	-	0	4	14
31.	Lucia Kažimírová	2. A	GMudrPO	-	-	-	-	-	-	-	-	5	-	-	-	-	-	-	-	1	3	8
32.	Milan Bartoš	2. E	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	-	-	4	-	0	2	-	-	-	1	0	0	7
32.	Marek Tomáš	Septima B	GDaxnVT	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-	-	-	-	-	0	4	7
32.	Mária Kočišová	3. A	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	-	-	4	-	-	0	3	-	-	-	0	0	7
35.	Marián Dobranský	2. E	GPoštKE	-	-	-	3	2	0	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	6
36.	Pavol Harminc	Sexta A	GAlejKE	-	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	2
37.	Miriam Kopásková	Kvinta M	GŠtúrMI	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	0

Pohár konštruktérov Letného semestra 31. ročníka STROMu

P.	Skratka	Škola	Počet	Prémia	Body
1.	GPoštKE	Gymnázium Poštová 9 042 52 Košice	11	0	364
2.	GAlejKE	Gymnázium Alejová 1 041 49 Košice	10	0	315
3.	GMudrPO	Gymnázium J. A. Raymana Mudroňova 20 080 01 Prešov	5	3	130
4.	GGrösBA	Gymnázium Grösslingova 18 811 09 Bratislava 1	3	4	66
5.	GDaxnVT	Gymnázium Dr. Daxnera 88 093 13 Vranov nad Topľou	2	4	53
6.	GKomePE	Gymnázium Komenského 2/1074 958 01 Partizánske	1	5	44
6.	GMetoBA	Gymnázium Metodova 2 821 08 Bratislava 2	1	5	44
8.	GKomeHÉ	Gymnáz. gen. L. Svobodu Komenského 4 066 51 Humenné	1	5	42
9.	GKonšPO	Gymnázium Konštantínova 2 080 01 Prešov	1	5	36
10.	GVaršŽA	Gymnázium Varšavská cesta 1 010 08 Žilina - Vlčince	1	5	31
11.	GŠtúrMI	Gymnázium Ľudovíta Štúra 26 071 01 Michalovce	1	0	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Copycentrum PERGAMON
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Nadácia Pontis
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: STROM — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Máj 2007 • Letný semester 31. ročníka (2006/2007)
Internet: `http://seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`