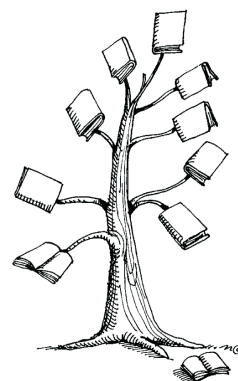




Ahoj STROMáci!

Zima už pomaly odchádza. Dúfame však, že ste si ju naplno užili, povymrzali, polyžovali, že to bola zima plná zážitkov, svahov, fraktúr končatín, snehových gúľ. Veríme tiež, že na vysvedčení tých gúľ už bolo pomenej a že ste so sebou boli spokojní. Február je ružovší ako iné mesiace. Iste ste pri písaní valentínok nezabudli ani na svoju najväčšiu lásku – na **STROMček**. Ten na vás totiž pamätá stále, aj teraz vám pripravil príklady, ktoré si isto zamilujete. Tak mu opätujte svoju lásku a pustite sa do rátania :-).

Vaši vedúci



Čo je seminár STROM?

Seminár **STROM** (Súťaž Talentovaných Riešiteľov Obľubujúcich Matematiku), organizovaný Združením STROM, je pokračovateľom najstaršej súťaže svojho druhu v bývalom Česko-Slovensku, ktorá vznikla pod názvom Korešpondenčný matematický seminár v roku 1976 v Košiciach. Tento seminár je **BEZPLATNÝ** a je určený najmä pre žiakov stredných škôl, no zapojiť sa môžu aj mladší. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov.

Tí najlepší riešitelia sa potom dostanú na týždňové sústredenie a zažijú veľa zábavy. Sústredenia na konci semestrov majú byť pre žiakov odmenou a zároveň motiváciou na pokračovanie a zlepšovanie sa v riešení matematických seminárov.

Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka doplňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme **Matboj**, matematickú súťaž pre družstvá, ktorá sa tento rok uskutoční **29. 4. v CVČ Domine** v Košiciach. Taktiež organizujeme rôzne zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať žiakom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdu svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

2% z daní pre STROM

Blíži sa obdobie, kedy Vaši rodičia môžu venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa peniaze zídu. Využijeme ich na pokrytie nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, aktivity na sústredeniach...). Chceme Vás preto poprosiť, aby ste rodičom, súrodencom, tetám, strýkom, babkám, dedkom, susedom, cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, či by svojou troškou nepodporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke zdruzenie.strom.sk/percento.php. Ďakujeme!

Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných gymnázií a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci z nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. **STROM** je súťaž jednotlivcov.

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeniach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete poselať poštou alebo e-mailom, nedoručujte ich osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotený bodmi. Preto zvážte, či nenapíšete svoje riešenie na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ
STROM
Jesenná 5
041 54 Košice.

V prípade zasielania riešení e-mailom ich posielajte na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk. Každú úlohu posielajte osobitne v **PDF formáte** (každý dokument je dnes možné skonvertovať do PDF) a do predmetu e-mailu napíšte (bez diakritiky) Uloha 1, respektíve Uloha 2, respektíve Uloha 3, respektíve Uloha 4, respektíve Uloha 5, respektíve Uloha 6. Vaše riešenia musia dôjsť pred polnocou v deň termínu série a len na uvedenú adresu. Ich prijatie bude potvrdené e-mailom. Technické problémy na našej či vašej strane nie sú dôvodom na akceptovanie riešení doručených po termíne. Akceptujeme prvé riešenie danej úlohy, ktoré pošlete.

S prvou sériou, ktorej riešenia nám posielate, pošlite vyplnenú **prihlášku**, prípadne pošlite vaše údaje z prihlášky na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk. Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail strom@strom.sk, prostredníctvom debaty na našej stránke alebo osobne.

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

štvrtáci, oktáva: všetky vyriešené úlohy

treťiaci, septima: všetky vyriešené úlohy

druháci, sexta: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

prváci, kvinta: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Príklad použitia pravidiel:

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Fero tiež získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

Varovania (!!!). Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrovaná.

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia a členovia minimálne prvých troch najlepších družstiev z matboja, ak sa v príslušnom polroku koná. Prípadní ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** a matboja; nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou. Na sústredenie nebudú vôbec pozvaní riešitelia, ktorí získali v príslušnom semestri menej ako 20 bodov.

Matematický krúžok

Aj v letnom semestri sa na **Prírodovedeckej fakulte UPJŠ** v Košiciach na Jesennej 5 v miestnosti VKM každý týždeň vo **štvrtok o 15:00** koná matematický krúžok, ktorý je zameraný hlavne na prípravu na Matematickú olympiádu v kategóriách A, B a C.

Krúžku sa môže zúčastniť ktorýkoľvek stredoškolač (ale i šikovný základnoškolač), ktorý sa chce venovať Matematickej olympiáde.

Najbližší krúžok sa uskutoční 24. februára. Aktuálne informácie môžete nájsť na stránke umv.science.upjs.sk/mo.

Zadania úloh letného semestra 35. ročníka

1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **14. 3. 2011**

1. Zostrojte rovnobežník $ABCD$, ak sú dané vrcholy A a C a päta P kolmice z bodu D na os vnútorného uhla DAB . Nezabudnite určiť, koľko riešení má úloha v závislosti od vzájomnej polohy bodov A , C a P .
2. Jožko má doma na policike v rade uložených desať šálok. Pod dvomi susednými šálkami je po jednej minci a žiadne iné mince sa pod šálkami nenachádzajú. Anička si hneď vybrala niekoľko šálok a opýtala sa, koľko mincí je dokopy pod nimi. Jožko jej však povedal, nech si radšej najprv napíše dve takéto otázky na papier a až potom jej na obidve pravdivo odpovie. Vie Anička takýmto spôsobom vždy zistiť, kde sa nachádzajú spomínané mince?
3. Daná je konečná množina \mathcal{M} tetív kružnice k . Vieme, že každá tetiva z \mathcal{M} prechádza stredom inej tetivy z \mathcal{M} . Dokážte, že všetky tetivy v \mathcal{M} sú priermi kružnice k .
4. Nájdite všetky prirodzené čísla n , pre ktoré je číslo $n^n - n$ deliteľné 24. (Nestačí však iba popísať tieto čísla, ale treba dokázať, že všetky nájdene čísla vyhovujú a žiadne iné nevyhovuje.)
5. Jožko si z písmenkovej polievky vytiahol písmená A, B a C a položil ich na stôl do radu vedľa seba. Potom ich začal vymieňať takýmto spôsobom: Zobral dve a vymenil ich medzi sebou. Napríklad po prvej výmene ich mohol mať takto: B A C. Ferko sa ho pýta: „Počuj, vedel by si spraviť presne 57 výmen tak, aby si mal opäť A B C v tomto poradí?“ A potom sa ho pýta Marek: „A keby si mal písmenká M A R E K?“ Poradte Jožkovi, aby nestratil Ferkove ani Markove kamarátstvo.
6. Ostrouhlý rovnostranný trojuholník ABC so základňou AB je vpísaný do kružnice k . Vnútri kratšieho z oblúkov AB kružnice k leží bod D . Nech k_1 , resp. k_2 , je kružnica prechádzajúca bodom D a dotýkajúca sa priamky CA v bode A , resp. priamky CB v bode B .
 - a) Dokážte, že druhý priesečník kružníc k_1 a k_2 (rôzny od bodu D) leží na priamke AB .
 - b) Dokážte, že súčet polomerov kružníc k_1 a k_2 je rovný polomeru kružnice k práve vtedy, keď je trojuholník ABC rovnostranný.

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **18. 4. 2011**

1. Daný je konvexný päťuholník $ABCDE$. Trojuholníky ABC , ABD , ACD a ADE majú rovnaký obsah S . Aký obsah má trojuholník BCE ?
2. Na tabuli je napísaná jednotka. Ak je číslo na tabuli párne, môžeme ho zotrieť a napísať na tabuľu jeho polovicu. Hocikedy môžeme tiež číslo x na tabuli zotrieť a napísať tam $3x + 1$ (bez ohľadu na to, či x bolo párne alebo nie).
 - a) Najmenej koľko operácií treba spraviť, aby sme na tabuli získali číslo 5? (Zotretie čísla z tabule a napísanie nového chápeme ako jednu operáciu.)
 - b) Zistite, ktoré prirodzené čísla vieme získať na tabuli konečnou postupnosťou popísaných operácií.
3. Prirodzené čísla od 1 do 999999 sú rozdelené do dvoch skupín: na tie, ktorých najbližší štvorec prirodzeného čísla je nepárny a tie, ktorých najbližší štvorec prirodzeného čísla je párny (ak je samotné číslo štvorcom prirodzeného čísla, tak najbližší štvorec k nemu je ono samo). Súčet čísel v ktorej skupine je väčší?
4. Daný je štvorec $ABCD$. Zvoľme bod E vnútri strany AB a označme P priesečník úsečky DE s uhlopriečkou AC . Bod F je priesečníkom kolmice na priamku DE v bode P s priamkou BC . Dokážte, že $|AE| + |FC| = |EF|$.
5. Nájdite všetky funkcie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ také, že pre každú trojicu reálnych čísel x, y, z platí

$$f(x + f(y + z)) + f(f(x + y) + z) = 2y.$$

(Ak ste sa s úlohou takéhoto typu ešte nestretli, odporúčame vám prečítať si text o funkcionálnych rovniciach od Hanky Budáčovej, ktorý môžete nájsť na adrese kms.sk/~mazo/matematika/funkcionalne_rov.pdf.)

6. Nech $a > b > 1$ sú také celé čísla, že $a + b$ delí $ab + 1$ a zároveň $a - b$ delí $ab - 1$. Dokážte, že potom $a < b\sqrt{3}$.

Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail strom@strom.sk.

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach
- Agentúre na podporu výskumu a vývoja prostredníctvom projektu: LPP-0057-09 Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár Číslo 4 • Február 2011 • Letný semester 35. ročníka (2010/2011)
Internet:	http://seminar.strom.sk
E-mail:	strom@strom.sk
Vydáva:	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet:	http://www.strom.sk
E-mail:	zdruzenie@strom.sk