



## *Milí riešitelia,*

pre niektorých z vás sa už skončili dni plné oddychu, ničnerobenia a sladkého nerozmýšľania. Tí ostatní si možno ani nevšimli, že sa začal nový školský rok. Ten je však už tu, čoho dôkazom je aj tento časopis 36. ročníka **STROM**u. Nájdete v ňom nové príklady, ktorými si môžete krátiť chvíle pred spaním či pri dlhom čakaní v rade na pošte. Odmena pre najšikovnejších je však zlatom nevyvážiteľná. Tak veľa zdraru, množstvo príjemných chvíľ, nových priateľstiev a hlavne poriadnu vytrvalosť.

## *Čo je seminár STROM?*

Seminár **STROM** (**S**úťaž **T**alentovaných **R**iešiteľov **O**blubujúcich **M**atematiku), organizovaný Združením **STROM**, je pokračovateľom najstaršej súťaže svojho druhu v bývalom Česko-Slovensku, ktorá vznikla pod názvom Korešpondenčný matematický seminár v roku 1976 v Košiciach. Tento seminár je *bezplatný* a je určený najmä pre žiakov stredných škôl, no zapojiť sa môžu aj mladší. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov.

Tí najlepší riešitelia sa potom dostanú na týždňové sústredenie a zažijú veľa zábavy. Sústredenia na konci semestrov majú byť pre žiakov odmenou a zároveň motiváciou pre pokračovanie a zlepšovanie sa v riešení matematických seminárov.

Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka doplňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme Matboj, matematickú súťaž pre družstvá, ale aj zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať žiakom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdu svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

## *Matematický krúžok*

Aj v školskom roku 2011/2012 sa na **Prírodovedeckej fakulte UPJŠ** v Košiciach na Jesennej 5 v miestnosti VKM (pozor, zmena!) každý týždeň vo **štvrtok o 15:00** koná matematický krúžok, ktorý je zameraný hlavne na prípravu na Matematickú olympiádu v kategóriách A, B a C.

Krúžku sa môže zúčastniť ktorýkoľvek stredoškôlak (ale i šikovný základnoškôlak), ktorý sa chce venovať Matematickej olympiáde. Prvý krúžok sa uskutoční **22. septembra 2011**.

Podrobnejšie informácie môžete nájsť na stránke [umv.science.upjs.sk/mo](http://umv.science.upjs.sk/mo).

## *Pokyny pre riešiteľov*

**Seminár** je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných gymnázií a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci z nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. STROM je súťaž jednotlivcov.

**Úlohy** riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeníach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete poslať poštou alebo e-mailom, nie odovzdávať osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotené bodmi. Preto zvažte, či nenapíšete svoje riešenie na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ  
**STROM**  
Jesenná 5  
041 54 Košice.

V prípade zasielania riešení e-mailom ich posielajte na e-mailovú adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk) vo formáte PDF. Všetky úlohy môžete poslať jedným e-mailom; do predmetu napíšte (bez diakritiky) STROM - vaše priezvisko. Prílohy označte svojím priezviskom, sériou a číslom príkladu. Napríklad riešiteľ Jožko Mrkvicka pošle e-mail s predmetom **STROM - Mrkvicka** a jeho prílohy (riešenia úloh 2 a 5) budú označené **Mrkvicka\_1seria\_2uloha.pdf** a **Mrkvicka\_1seria\_5uloha.pdf**.

Vaše riešenia musia dôjsť do 22:00 v deň termínu série a len na uvedenú adresu. Ich prijatie bude potvrdené e-mailom. Technické problémy na našej či vašej strane nie sú dôvodom na akceptovanie riešení doručených po termíne. Akceptujeme prvé riešenie danej úlohy, ktoré pošlete.

Riešitelia, ktorí svoje riešenia pošlú elektronicky, dostanú opravené riešenia e-mailom na adresu, z ktorej svoje riešenia poslali.

S prvou sériou, ktorej riešenia nám posielate, pošlite vyplnenú **prihlášku**. Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail [strom@strom.sk](mailto:strom@strom.sk), prostredníctvom debaty na našej stránke alebo osobne.

**Bodovanie** úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

**štvrtáci, oktáva:** všetky vyriešené úlohy

**treťiaci, septima:** všetky vyriešené úlohy

**druháci, sexta:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

**prváci, kvinta:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

### **Príklad použitia pravidiel:**

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Fero tiež získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro ( $3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4$ ) + 2 = 20 bodov a Marcel ( $3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4$ ) + 5 = 23 bodov. Jasné, nie?

**Varovania (!!!).** Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhľujeme nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetraná.

**Hlasovanie** úloh závisí od zaujímavosti a jedinečnosti vášho riešenia. Radosť vám môže spraviť 1 hlas (prehľadné, jasné riešenie), alebo 2 či 3 hlasy za výnimočné a originálne nápady. Ak nájdete riešenie v literatúre, kladné hlasy si nepripočítate. Naopak, hrôzu budiace riešenia (výzorom, zložitosťou) získajú  $-1$  hlas. Horšie obídu tí, ktorým opakovane za odpisovanie strhneme body. Po ich vydedení počtom odpisujúcich dostanú  $-3$  hlasy, po veľkom odpisovaní je to  $-5$  hlasov za každú odpísanú úlohu. Tak hor sa do hľadania pekných riešení, zabudnime na odpisovanie a hrajme sa s matematikou! **Sústredenie** je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia a členovia minimálne prvých troch najlepších družstiev z matboja, ak sa v príslušnom polroku koná. Prípadní ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** a matboja; nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou. Na sústredenie nebudú na základe poradia **STROMu** vôbec pozvaní riešitelia, ktorí získali v príslušnom semestri menej ako 20 bodov.

## Zadania úloh zimného semestra 36. ročníka

# 1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **24. 10. 2011**

1. Rozhodnite, či sa dajú prirodzené čísla rozdeliť na dve skupiny tak, aby v žiadnej z týchto skupín neboli tri čísla, z ktorých jedno je aritmetickým priemerom ostatných dvoch. Svoje tvrdenie zdôvodnite.
2. Daný je rovnoramenný trojuholník  $ABC$ . Na základni  $AB$  zvolíme bod  $X$  a vypočítame súčet vzdialeností bodu  $X$  od ramien trojuholníka  $ABC$ . Ukážte, že hodnota tohto súčtu nezávisí od voľby bodu  $X$ .
3. Štvorec  $100 \times 100$  je rozdelený na 10 000 jednotkových štvorcíkov. Do nich sú ľubovoľným spôsobom vpísané všetky celé čísla od 1 do 10 000 (v každom štvorcíku práve jedno číslo). Dokážte, že existujú dva susedné štvorcíky, do ktorých sú vpísané čísla líšiace sa aspoň o 51. Štvorcíky považujte za susedné, ak majú spoločnú stranu.
4. V konvexnom štvoruholníku  $ABCD$  sú na strane  $BC$  dané body  $E$  a  $F$  tak, že bod  $E$  je bližšie k bodu  $B$  ako bod  $F$ . Navyše platí

$$|\sphericalangle BAE| = |\sphericalangle CDF| \quad \text{a} \quad |\sphericalangle EAF| = |\sphericalangle FDE|.$$

Dokážte, že uhly  $FAC$  a  $EDB$  majú rovnakú veľkosť.

5. V rovine stojí  $2n + 1$  tankov, kde  $n \in \mathbb{N}$ , pričom žiadne dva tanky nie sú rovnako vzdialené. Naraz každý tank vystrelí na  $k$  nemu najbližší tank (nie však na seba). Dokážte, že
  - a) aspoň jeden tank nedostal žiaden zásah;
  - b) dráhy žiadnych dvoch striel sa nekrižovali;
  - c) žiadny tank nezasiahlo viac ako 5 striel.
6. Nájdite všetky dvojice prvočísel  $p, q$  také, že  $4^p + 1 = 5q$ .

# 2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **21. 11. 2011**

1. Nájdite všetky prvočísla, ktoré sú súčasne súčtom aj rozdielom dvoch vhodných prvočísel.
2. Dokážte, že v ľubovoľnom desaťcifernom čísle sa dajú cifry premiestniť takým spôsobom, aby súčet prvých päť cifier nového čísla sa líšil od súčtu jeho posledných päť cifier o menej než desať. (Úlohu riešte v desiatkovej sústave.)
3. Nech  $n$  je prirodzené číslo. Dokážte, že čísla  $n! + 1$  a  $(n + 1)! + 1$  sú nesúdeliteľné. Zápis  $n!$  označuje súčin  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ .
4. Do políčok tabuľky  $2011 \times 2011$  sú vpísané reálne čísla v absolútnej hodnote neprevyšujúce 1 tak, že v každom políčku je práve jedno číslo. Súčet štyroch čísel v ľubovoľnom štvorci  $2 \times 2$  je 0. Dokážte, že súčet všetkých čísel v tabuľke je nanajvýš 2011.
5. Rozhodnite, či existuje konvexný päťuholník, v ktorom žiadna uhlopriečka nie je väčšia ako *protiľahlá strana*, t. j. strana, ktorá s touto uhlopriečkou nemá žiadny spoločný bod. Svoje tvrdenie zdôvodnite.
6. Daný je trojuholník  $ABC$ . Pre bod  $P$  ležiaci vnútri trojuholníka  $ABC$  označíme  $D, E, F$  päty kolmíc spustených z  $P$  na priamky  $BC, CA, AB$  (v tomto poradí). Nájdite všetky polohy bodu  $P$ , pre ktoré výraz

$$\frac{|BC|}{|PD|} + \frac{|CA|}{|PE|} + \frac{|AB|}{|PF|}$$

nadobúda minimálnu hodnotu.

Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail [strom@strom.sk](mailto:strom@strom.sk).

## Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach
- Agentúre na podporu výskumu a vývoja prostredníctvom projektu:  
LPP-0057-09 Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží

<b>Názov</b>	<b>STROM</b> – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • September 2011 • Zimný semester 36. ročníka (2011/2012)
<b>Internet:</b>	<a href="http://seminar.strom.sk">http://seminar.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:strom@strom.sk">strom@strom.sk</a>
<b>Vydáva:</b>	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
<b>Internet:</b>	<a href="http://www.strom.sk">http://www.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:zdruzenie@strom.sk">zdruzenie@strom.sk</a>