STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte!

Leto sa blíži a s ním prichádza aj koniec letného semestra STROMu. Niektorým sa darilo viac, iným menej. Ale viete ako sa hovorí – menej je niekedy viac, ale viac je vždy viac. Na tých, ktorým sa darilo úplne najviac sa tešíme 16. – 21.9. v Danišovciach na sústredení a tí, s ktorými sa na sústredení nevidíme, sa určite veľa naučili zo vzorových riešení a v septembri budú riešiť opäť. Prajeme vám ešte veľa šťastia pri uzatváraní známok a užite si prázdniny!

Navždy vaši **STROM**isti

1. Opravoval: Kubo Genči

Počet riešiteľov: 28

Nájdite všetky prirodzené čísla n také, že všetky tri čísla $2n^2+1$, $3n^2+1$ a $6n^2+1$ sú druhými mocninami celých čísel.

Riešenie:

Úlohu budeme riešiť sporom. Predpokladajme preto, že všetky tri výrazy budú rovné nejakému štvorcu celého čísla (samozrejme, každý inému). Zároveň vieme, že súčin dvoch štvorcov je taktiež štvorec. Vynásobme teda druhý a tretí výraz. Dostávame:

$$(3n^2+1)(6n^2+1) = 18n^4 + 9n^2 + 1 = 9n^2(2n^2+1) + 1 = (3n)^2(2n^2+1) + 1$$

To si však môžeme upraviť do šikovnejšieho tvaru:

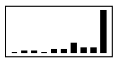
$$(3n^2+1)(6n^2+1) - (3n)^2(2n^2+1) = 1$$

Takto sme dostali dva štvorce celých čísel s rozdielom 1 (člen $2n^2+1$ je štvorec z predpokladu pre spor). Z rozkladu $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ môžeme nahliadnuť, že rozdiel 1 dostávame iba vtedy, ak sú oba činitele 1 alebo -1 (a a b odpovedá odmocninám z jednotlivých súčinov v našom výraze). V našom prípade však možnosť s číslom -1 nedáva zmysel, nakoľko člen $(a+b)$ bude vždy kladné číslo. Možnosť s číslom 1 vychádza iba vtedy ak je b nulové (a $a = 1$), čo opäť nemôžeme dostať. To znamená, že sme našli spor a úloha nemá riešenie.

Komentár: Je super, že medzi správnymi riešeniami sa vyskytli dva rôzne spôsoby riešenia tejto úlohy. Ináč sa vám často stávalo, že ste riešenie začali dobre, no časom sa to niekde pokazilo. To samozrejme nevadí, pretože aj vy uvidíte chyby vo svojich úvahách, čo vám pomôže do budúcna.

2. Opravovali: Kristín Mišlanová, Žanetka Semanišinová

Počet riešiteľov: 45



Nech p, q sú reálne čísla také, že rovnica $x^3 + px + q = 0$ má tri rôzne reálne riešenia. Dokážte, že potom platí $p \leq 0$.

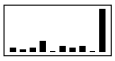
Riešenie:

Daná rovnica má 3 rôzne reálne riešenia, teda si ju vieme zapísať v tvare $x^3 + px + q = (x-a)(x-b)(x-c)$, kde a, b, c sú navzájom rôzne korene rovnice. Z Vietových vzťahov (resp. roznásobením a porovnaním príslušných koeficientov) dostaneme, že $0 = -(a+b+c)$ (koeficient pri x^2) a $p = ab + bc + ca$ (koeficient pri x). Z prvej rovnice vyjadríme $a = -b - c$ a dosadíme do druhej rovnice. Dostávame $p = -(b+c)b + bc - (b+c)c = -b^2 - c^2 - bc$. Vynásobením celej rovnice dvoma a použitím vzorca tak dostaneme $2p = -b^2 - c^2 - (b+c)^2$. Keďže druhá mocnina reálneho čísla je vždy nezáporná, pravá strana rovnice je vždy nekladná. Rovnakú vlastnosť má preto aj ľavá strana, z čoho plynie $p \leq 0$, čo sme chceli ukázať.

Komentár: Úloha pre vás nebola ťažká, o čom svedčia aj vaše body. Potešilo nás množstvo rôznorodých riešení (a veríme, že ste si pri nich rozmysleli niečo o funkciách či koreňoch kubických rovníc). Avšak, ak používate nejaké pokročilé úvahy o funkciách, príp. ich zakladáte len na obrázku, rozmyslite si najprv, či rozumiete, akú úlohu hrajú v príklade. Problémom boli napríklad úvahy o tom, že q nemení tvar funkcie a následné odvodenie sporu cez korene rovnice s $q = 0$. Zatiaľ čo q sme mohli zanedbať pri úvahe o tvare či monotónnosti, pri úvahe o koreňoch nie.

3. Opravoval: Roman Staňo

Počet riešiteľov: 44



Vodka a Tomáško hrajú hru na plániku 2018×2. Obaja majú 2×1 domino bloky, ktoré postupne po jednom pokladajú na plánik (v ťahoch sa striedajú a hráč musí v ťahu položiť blok na plán). Tomáško začína a môže pokladať bloky len v horizontálnom smere (ten, v ktorom má plánik rozmer 2018). Vodka môže pokladať bloky len vo vertikálnom smere. Hráč, ktorý nevie spraviť ťah, prehráva. Zistite, pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia.

Riešenie:

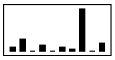
Ukážeme, že existuje výherná stratégia pre Tomáška. Pomyselne si disjunktne rozdeľme celý plánik na jednu tabuľku 2×2 a 4×2 tabuľky, ktorých je 504. Nech Tomáško na začiatok umiestni domino blok do 2×2 tabuľky. Vodka vo svojom ťahu do 2×2 tabuľky blok umiestniť nedokáže. Nech ho Vodka umiestni hocikam inam na plánik, blok sa bude nachádzať v práve jednej 4×2 tabuľke. Tomáško v nasledujúcom ťahu umiestni svoj blok do tej istej tabuľky. Taký ťah môže Tomáško určite vykonať (rozmyslite si prečo). Nasleduje Vodka, ktorý môže svoj ďalší blok umiestniť do dvoch typov tabuliek: buď do tabuľky prázdnej alebo do tabuľky takej, kde už má on aj Tomáško po jednom bloku. Ak zvolí prvú možnosť, Tomáško zopakuje vyššie popísaný ťah, čím prevedie tabuľku na tabuľku druhého typu. V prípade druhého typu tabuľky má Vodka už len jednu možnosť ako umiestniť blok, na čo bude Tomáško reagovať umiestnením bloku do tej istej tabuľky – tiež má práve jednu možnosť (rozmyslite si prečo). Je evidentné, že Tomáško vie touto stratégiou postupne zapĺňať jednotlivé tabuľky. Ostáva si uvedomiť, že vyplnením poslednej takej tabuľky na plániku sa dostáva na rad Vodka, ktorý už nemá kam svoj blok umiestniť. Na plániku síce ostáva jedna voľná pozícia, no tá je v tabuľke 2×2, do ktorej vie blok zjavne umiestniť len Tomáško. Vodkova prehra je nevyhnutná.

Komentár:

Aj keď mnohí z vás myšlienku odhalili, konkrétna stratégia v riešeniach častokrát chýbala. Riešitelia s obľubou používali pojmy ako „bude sa snažiť robiť niečo podobné“ alebo „skoro podobne bude pokračovať“, ktoré jednoznačnosti veľmi nepridávali. Nezabúdajte, že vaše riešenia majú byť napísané v prvom rade exaktne a jasne.

4. Opravoval: Peťo Kovács

Počet riešiteľov: 39



Kružnica so stredom v bode I je vpísaná do štvoruholníka $ABCD$. Polpriamky BA a CD sa pretínajú v bode P, polpriamky AD a BC sa pretínajú v bode Q. Za predpokladu, že P leží na kružnici opísanej trojuholníku AIC dokážte, že Q tiež leží na tejto kružnici.

Riešenie:

Najprv sa pozrime na polohu bodu I. Rozdeľme rovinu na dve polroviny priamkou AC. Ukážeme, že bod I musí byť v opačnej polrovine ako P. Ak to bude platiť, budeme vedieť, že $AICP$ je tetivový štvoruholník.

Predstavme si pre spor, že I by bol v rovnakej polrovine ako P. Zjavne musí byť v trojuholníku ABC, inak by to nemohol byť stred vpísanej kružnice (bol by mimo štvoruholníka). Všeobecnejšie, nesmie byť mimo APC. Keďže body P a I ležia v rovnakej polrovine nad tetivou AC, tak $|\sphericalangle APC| = |\sphericalangle AIC|$, lebo ide o obvodové uhly. Z toho ale vyplýva, že by P bolo totožné s I, čo je spor, lebo I musí byť v štvoruholníku $ABCD$.

Teraz teda vieme, že $AICP$ je tetivový štvoruholník. Zároveň si uvedomme, že AI je os uhla BAD, pretože vpísaná kružnica leží na priesečníku osí uhlov štvoruholníka. Analogicky CI je os uhla BCD. Označme si $|\sphericalangle CDI| = \alpha$. Keďže súčet protiľahlých uhlov v tetivovom štvoruholníku je $180°$, tak $|\sphericalangle PAI| = 180° - \alpha$. Ďalej $|\sphericalangle IBA| = 180° - |\sphericalangle PAI| = \alpha$, pretože ide o susedné uhly. Keďže AI je os uhla DAB tak $|\sphericalangle IAB| = |\sphericalangle IAD| = \alpha$.

Teraz si všimnime, že trojuholníky PBC a QAB sú podobné. Majú spoločný uhol pri vrchole B a $|\sphericalangle QAB| = |\sphericalangle PCB| = 2\alpha$. Teda nutne aj $|\sphericalangle CQA| = |\sphericalangle CPA|$, a teda tieto dva uhly sú obvodové nad tetivou AC, čiže Q leží na kružnici AIC, čo sme chceli dokázať.

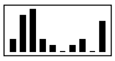
<u>Iné riešenie:</u>

Keďže kružnica vpísaná štvoruholníku, je vlastne vpísaná aj trojuholníku PBC, tak PI je os uhla CPB. Teda $|\sphericalangle IPA| = |\sphericalangle IPC|$. To znamená, že AI a CI sú dve tetivy s rovnakou dĺžkou, keďže majú rovnako veľký prislúchajúci obvodový uhol. Označme dotykové body vpísanej kružnice na stranách postupne $P_{AB}, P_{BC}, P_{CD}, P_{DA}$. Všimnime si, že trojuholníky AIP_{AD}, AIP_{AB}, CIP_{CB}, CIP_{CD} sú zhodné podľa vety Ssu. Majú pravý uhol pri dotykových bodoch, rovnako veľkú preponu ($|AI| = |CI|$) a rovnako dlhú spojnicu I a dotykového bodu (polomer kružnice). Z toho vieme, že $|\sphericalangle QAB| = |\sphericalangle PCB|$. Záver bude rovnaký ako v predošlom riešení.

Komentár: Väčšina riešiteľov ihneď prehlásila, že $AICP$ je tetivový. To však zo zadania nevyplýva ihneď a je potrebné to ukázať. Jediné úplne správne riešenie boli teda podobné druhému postupu.

5.

Opravovali: Miška "Jerry" Dlugošová, Dano Onduš
Počet riešiteľov: 26



Nájdite najmenšie prvočíslo, ktoré sa nedá zapísať v tvare $|2^a - 3^b|$, kde a, b sú nezáporné celé čísla.

Riešenie:
Na začiatok si vypíšme výrazy, ktorými dostaneme prvočísla menšie ako 41:

$$\begin{array}{lll} 2 = |2^0 - 3^1| & 11 = |2^4 - 3^3| & 23 = |2^5 - 3^2| \\ 3 = |2^2 - 3^0| & 13 = |2^4 - 3^1| & 29 = |2^5 - 3^1| \\ 5 = |2^3 - 3^1| & 17 = |2^6 - 3^4| & 31 = |2^5 - 3^0| \\ 7 = |2^1 - 3^2| & 19 = |2^3 - 3^3| & 37 = |2^6 - 3^3| \end{array}$$

Pozrime sa teraz na ďalšie prvočíslo, teda 41. Aby sme dostali číslo 41, musia mať 2^a a 3^b rovnaký zvyšok po delení ním. Vypíšme si preto všetky možné zvyšky pre $2^a (\mathrm{mod}\ 41)$ a $3^b (\mathrm{mod}\ 41)$:

$2^a (\mathrm{mod}\ 41)$: $1, 2, 4, 8, 16, 32, 23, 5, 10, 20, 40, 39, 37, 33, 25, 9, 18, 36, 31, 21$

$3^b (\mathrm{mod}\ 41)$: $1, 3, 9, 27, 40, 38, 32, 14$

Všimnite si dve veci: zvyšky, ktoré majú spoločné, $(1, 9, 32, 40)$ a koľko rôznych zvyškov nadobúdajú (2^a nadobúda 20 rôznych zvyškov a 3^b nadobúda 8 rôznych zvyškov). Určme si nezáporné celé čísla p a q, pre ktoré budeme uvažovať 2^{20p} a 3^{8q} (keďže sa zvyšky cyklicky opakujú po 20 a 8) a pozrime sa postupne na všetky štyri zhodné zvyšky.

1. zvyšok 1, ktorý nadobúdajú oba výrazy pri 0. mocnine:

$$|2^{20p} - 3^{8q}| = 41$$
$$|(2^{10p})^2 - (3^{4q})^2| = 41$$
$$|(2^{10p} - 3^{4q}) \cdot (2^{10p} + 3^{4q})| = 41$$

Keďže p a q sú nezáporné celé čísla, vieme povedať $(2^{10p} - 3^{4q}) < (2^{10p} + 3^{4q})$ a zároveň ich súčin musí byť 41, pričom pre prvočíslo je jediná možnosť 1 a 41, a preto $(2^{10p} + 3^{4q}) = 41$. Oba sčítance musia byť menšie ako 41, preto $p = 0$ a následne dosadením do výrazu $2^0 + 3^{4q} = 41$ dostávame $3^{4q} = 40$. Tu si môžeme všimnúť, že 40 nie je mocninou 3 -> táto možnosť nemá riešenie.

2. zvyšok 9, ktorý nadobúda výraz 2^a prvýkrát pre $a = 15$ a výraz 3^b pre $b = 2$:

$$|2^{20p+15} - 3^{8q+2}| = 41$$
$$|2^{5(4p+3)} - 3^{2(4q+1)}| = 41$$
$$|32^{4p+3} - 9^{4q+1}| = 41$$

Vidíme, že $32 \equiv 2 \pmod 3$ a rovnako aj 41, preto musí byť hodnota v absolútnej hodnote kladná, lebo inak by sme dostali výraz so zvyškom 1 po delení troma. Následne $9^{4q+1} \equiv 23 \pmod{32}$, aby sme na pravej strane dostali zvyšok 9. Avšak ak sa pozrieme na rad zvyškov mocnín 9 po delení 32 dostaneme $9, 17, 25, 1$, z čoho môžeme usúdiť, že nemáme riešenie.

3. zvyšok 32, ktorý nadobúda výraz 2^a prvýkrát pre $a = 5$ a výraz 3^b pre $b = 6$:

$$|2^{20p+5} - 3^{8q+6}| = 41$$
$$|2^{5(4p+1)} - 3^{2(4q+3)}| = 41$$
$$|32^{4p+1} - 9^{4q+3}| = 41$$

$32^{4p+1} \equiv 0 \pmod{32}$ a $41 \equiv 9 \pmod{32}$, preto výraz $9^{4q+3} \equiv \pm 9 \pmod{32}$. Avšak ak sa pozrieme na rad zvyškov mocnín 9 po delení 32 dostaneme $9, 17, 25, 1$, z čoho môžeme usúdiť, že nemáme riešenie, lebo $9^{4q+3} \equiv 25 \pmod{32}$.

4. zvyšok 40, ktorý nadobúda výraz 2^a prvýkrát pre $a = 10$ a výraz 3^b pre $b = 4$:

$$|2^{20p+10} - 3^{8q+4}| = 41$$
$$|2^{2(10p+5)} - 3^{2(4q+2)}| = 41$$
$$|(2^{10p+5} - 3^{4q+2}) \cdot (2^{10p+5} + 34q + 2)| = 41$$

Rovnako ako v prvom prípade môžeme usúdiť, že $(2^{10p+5} + 3^{4q+2}) = 41$, a preto $p = 0$, z čoho dostávame $(32 + 3^{4q+2}) = 41$ a jediné q, pre ktoré má výraz riešenie, je $q = 0$. Máme hodnoty oboch premenných, skontrolujme, či sa druhá zátvorka bude rovnať 1.

$$|(2^{10p+5} - 3^{4q+2})| = 1$$
$$|(2^5 - 3^2)| = 1$$
$$|32 - 9| = 1$$

Čo zjavne neplatí, preto ani táto možnosť nevyhovuje.

Skontrolovali sme všetky možné prípady, ktoré môžu nastať, a ani jeden nevyhovoval, preto môžeme povedať, že prvočíslo 41 nevieme dostať pomocou zadaného výrazu.

Komentár: Ak ste už prišli na cyklickosť zvyškov, tak väčšina z vás to dotiahla úplne do konca. Avšak poväčšine ste nám len napísali výsledok, prípadne ukázali navyše len to, že menšie vieme zapísať v danom tvare.

6. Opravoval: Maťo Vodička

Počet riešiteľov: 11

Nájdite všetky funkcie $f : \langle 0, +\infty) \to \langle 0, +\infty)$, ktoré vyhovujú súčasne nasledujúcim trom podmienkam:

1. pre ľubovoľné nezáporné reálne čísla x, y také, že $x + y > 0$, platí rovnosť $f(x \cdot f(y)) \cdot f(y) = f(xy/(x + y))$,
2. $f(1) = 0$,
3. $f(x) > 0$ pre ľubovoľné $x > 1$.

Riešenie:

Hľadáme funkciu, ktorá spĺňa tri divné podmienky. Najsilnejšia z nich je zrejme tá prvá, pretože máme nejakú rovnosť, ktorá platí pre všetky dvojice reálnych čísel. To znamená, že si môžeme zvoliť nejaké konkrétne a pozrieť sa na to, čo hovorí podmienka pre ne. Keďže máme dané $f(1) = 0$ je rozumné dosadiť za jedno z čísel 1. Položme $y = 1$ a dostávame

$$0 = f(xf(1))f(1) = f\left(\frac{x}{x+1}\right).$$

To znamená, že $f(x/(x + 1)) = 0$ pre všetky nezáporné reálne x. Aké hodnoty môže nadobúdať výraz $x/x + 1$? Intuitívne všetky od 0 do 1, lebo pre $x = 0$ to je 0, a potom to bude rásť, a pre veľké x je to skoro 1. Ak to však chceme ukázať poriadne, tak stačí len položiť $x/x + 1 = z$ a vyjadriť x. Dostávame, že $x = z(1 - z)$. Keďže x má byť nezáporné, zjavne také x existuje len pre $z \in [0, 1)$.

Záver je ten, že $f(z) = 0$ pre všetky $0 \le z \le 1$, pretože vieme, že to platí aj pre $z = 1$.

Teraz by sa nám hodilo zistiť niečo o funkčných hodnotách čísel väčších ako 1. Zo zadanie vieme, že sú kladné. Skúsme urobiť nejaké šikovné dosadenie, napríklad také, aby v niektorom f-ku dostali 1ku. Položme $x = 1/f(y)$. Ak $y > 1$, tak to môžeme urobiť, lebo vieme, že potom $f(y) > 0$. Dostávame:

$$0 = f(1)f(y) = f\left(\frac{\frac{y}{f(y)}}{y + \frac{1}{f(y)}}\right) = f\left(\frac{y}{yf(y)+1}\right).$$

Z toho nutne vyplýva, že $\frac{y}{yf(y)+1} \le 1$, pretože inak by v ňom nemohla byť funkčná hodnota 0. Po úprave máme $f(y) \ge \frac{y-1}{y}$.

Skúsme teraz urobiť ten istý trik, ale tentokrát dosaďme také x, aby vpravo vyšla 1. Zvoľme teda $xy/(x + y) = 1$, čiže $x = y/(y - 1)$. Dostávame

$$f\left(\frac{y}{y-1}f(y)\right)f(y) = f(1) = 0$$

.

Ak $y > 1$, tak $f(y) \neq 0$ a preto nutne je ľavá funkčná hodnota 0. No analogicky ako minule to znamená, že $yf(y)/(y-1) \le 1$. Po úprave $f(y) \le (y - 1)/y$.

Ak si naše dva odhady spojíme dokopy, vidíme, že $f(y) = (y - 1)/y$ pre všetky $y > 1$.

Dostali sme jedinú možnú vyhovujúcu funkciu, a to

$$f(y) = \begin{cases} 0 \text{ pre } 0 \le y \le 1 \\ \frac{y-1}{y} \text{ pre } y > 1 \end{cases}.$$

Ešte musíme overiť, či táto funkcia aj naozaj vyhovuje - urobiť skúšku. Posledné dve podmienky spĺňa triviálne, treba overiť tú prvú. Rozoberieme niekoľko prípadov:

Ak $y \leq 1$, tak $xy/(x+y) \leq x/(x+y) < 1$, čiže na pravej strane máme 0, no tak isto aj na ľavej, lebo $f(y) = 0$. Preto rovnosť platí.

Ak $x \leq 1$, tak analogicky máme $f(xy/(x+y)) = 0$, a vieme, že $xf(y) < x \leq 1$, čiže aj na ľavej strane je 0, takže rovnosť opäť platí.

Ostal nám prípad, keď $x, y > 1$. Vtedy dostávame na ľavej strane

$$f(xf(y))f(y) = f\left(\frac{x(y-1)}{y}\right) \cdot \frac{y-1}{y} = \frac{\frac{x(y-1)}{y} - 1}{\frac{x(y-1)}{y}} \cdot \frac{y-1}{y} = \frac{xy-x-y}{x(y-1)} \cdot \frac{y-1}{y} = \frac{xy-x-y}{xy}.$$

To ale máme len za predpokladu, že $x(y-1)/y > 1 \Leftrightarrow xy > x+y$, ak nie, tak dostávame 0. Ak $xy \leq x+y$, tak na pravej strane dostávame 0, čo sedí. A ak nie, tak na pravej strane máme:

$$f\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{\frac{xy}{x+y} - 1}{\frac{xy}{x+y}} = \frac{xy-x-y}{xy}.$$

Vidíme, že naozaj vo všetkých prípadoch je rovnosť splnená, a preto naša funkcia vyhovuje.

Komentár: V tejto úlohe bol asi najdôležitejšie nezľaknúť sa divného zadania, pracovať s prvou podmienkou a v podstate riešiť obyčajnú funkcionálku. Vidíte, že v riešení nebolo použité žiadne extra trikové dosadenie, všetky boli celkom prirodzené. Skrátka hovorím to znova, nebojte sa úloh č. 6 :)

Autori vzorových riešení: Tomáš Babej, Žaneta Semanišinová, Kristína Mišlanová, Roman Staňo, Daniel Onduš, Martin Vodička, Jakub Genči

`strom@strom.sk`

Konečné poradie Letného semestra 42. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Kat.	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1.	Norbert Micheľ	S1	GPoštKE	52	9	6	9	7	9	9	104
2.	Dorota Porubská	S2	GLStöBJ	38	7	9	9	7	9	-	86
3.	Matej Hanus	S2	GPoštKE	48	6	6	6	5	6	6	84
4.	Samuel Krajči	S3	GAlejKE	52	-	9	9	7	4	-	81
5.	Patrik Paľovčík	S2	GPoštKE	48	9	9	9	-	-	-	75
6.	Matúš Masrna	Z9	ZKro4KE	47	-	-	9	7	-	-	72
7. - 9.	Martin Števko	S3	GAlejKE	36	-	9	9	7	9	-	70
	Filip Csonka	S3	GAlejKE	41	3	9	9	7	1	-	70
	Lujza Milotová	S1	GPoštKE	43	-	9	9	-	-	-	70
10. - 13.	Timea Szöllősová	S2	GAMČABA	43	-	9	9	7	-	-	68
	Ela Vojtková	Z9	GAMČABA	32	2	7	9	9	-	-	68
	Lenka Hake	S1	GAlejKE	34	-	9	9	-	7	-	68
	Tomáš Chovančák	S2	GPoštKE	36	9	9	9	3	1	-	68
14.	Lukáš Gáborik	S1	GJGTBB	44	-	9	-	-	-	2	64
15.	Matej Moško	S3	GAMČABA	29	1	8	9	7	3	6	63
16. - 17.	Martin Albert Gbúr	S2	GPoštKE	24	9	9	9	9	1	-	62
	Matej Tarča	S2	GPoštKE	24	9	9	9	7	2	-	62
18. - 20.	Radovan Lascsák	S2	GPoštKE	32	9	4	9	7	-	-	61
	Viktória Brezinová	S3	GAlejKE	36	-	9	9	7	-	-	61
	Timea Jakubócyová	S1	BGMHSuč	31	-	9	5	7	-	0	61
21. - 22.	Branislav Pastula	S2	GPoštKE	33	-	9	-	9	9	-	60
	Frederik Ténai	S1	GKatkKE	24	-	9	-	-	9	9	60
23.	Michal Farnbauer	S1	GAMČABA	32	-	9	9	-	-	-	59
24. - 27.	Martin Mihálik	S3	GAlejKE	33	-	9	9	7	-	-	58
	Michaela Rusnáková	S1	GAlejKE	30	-	7	0	7	7	-	58
	Zuzka Pracharová	S1	GPoštKE	31	6	-	7	7	-	-	58
	Róberta Juríková	S3	GVBNPD	33	1	6	5	7	2	4	58
28. - 29.	Tomáš Krupa	S2	GPoštKE	45	9	-	3	-	-	-	57
	Nadiya Balanchuk	S1	BGMHSuč	25	2	5	9	7	-	0	57
30. - 31.	Benjamín Mravec	S2	GPoštKE	31	9	7	9	-	-	-	56
	Jakub Pravda	S2	ŠpMNDaG	31	-	2	9	7	3	2	56
32. - 34.	Štefánia Glevitzká	S3	GVBNPD	31	-	6	6	5	2	4	54
	Ján Richnavský	S1	GPoštKE	36	-	9	-	-	-	-	54
	Michal Masrna	S2	GPoštKE	31	-	9	7	7	-	-	54
35.	Adriana Kucková	S1	GPoštKE	18	4	9	9	-	-	-	49
36.	Alex Blandón	S1	GPoštKE	33	-	-	7	1	-	-	48
37.	Miroslav Molnár	S1	GAMČABA	24	-	5	9	-	-	-	47
38.	Klára Hricová	S1	GPoštKE	25	1	9	1	-	-	-	45
39. - 40.	Martin Starovič	S2	ŠpMNDaG	26	2	6	5	3	1	-	44
	Nicol Kršková	S1	GPoštKE	28	6	-	3	1	0	-	44
41.	Jakub Farbula	S1	GAlejKE	11	1	9	3	7	1	-	41
42. - 43.	Samuel Novák	S2	GPoštKE	23	6	8	-	-	-	-	37
	Miriam Magočiová	S2	GPoštKE	12	6	8	2	9	-	-	37
44.	David Šlosar	S1	GPoštKE	25	4	-	2	1	-	-	36
45.	Erik Berta	S3	GAlejKE	11	0	9	9	1	2	-	32
46. - 47.	Adam Mackanič	S1	GPoštKE	25	-	-	-	1	2	-	30
	Martin Andričík	S1	GPoštKE	16	-	4	-	3	-	3	30
48.	Gabriela Genčiová	S1	GPoštKE	26	-	-	-	-	-	-	26
49.	Martin Nemjo	S1	GAlejKE	0	-	9	-	6	-	-	24
50.	Adam Barla	S1	GJGTBB	0	-	9	3	-	-	-	21
51. - 52.	Tomáš Ganz	S2	ŠpMNDaG	19	-	-	0	-	-	-	19
	Michal Vorobel	S1	GJARMPO	19	-	-	-	-	-	-	19
53.	Matúš Gindl	S1	GPoštKE	18	-	-	-	-	-	-	18
54. - 56.	Dušan Oberta	S2	GŠkolSN	8	-	9	-	-	-	-	17
	Lívia Čerešňová	S1	ŠpMNDaG	17	-	-	-	-	-	-	17
	Martin Mičko	S2		17	-	-	-	-	-	-	17
57.	Jakub Popovič	S1	GPoštKE	0	-	-	-	7	1	-	15
58.	Bianka Šimková	S1	GPoštKE	14	-	-	-	-	-	-	14
59. - 60.	Kristián Paľuch	S1	GPoštKE	0	4	-	3	1	-	-	12

P.	Meno a priezvisko	Kat.	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Oliver Danko	S1	GPoštKE	0	-	6	-	-	-	-	12
61.	Adam Janeka	S1	SOPruské	4	-	-	-	-	2	-	8
62.	Ondrej Tomášik	S1	GJGTBB	0	-	-	3	-	-	-	6
63.	Michaela Masárová	S3	SOPruské	5	-	-	-	-	-	-	5
64. - 65.	Natália Pohorelcová	S3	SOPruské	4	-	-	-	-	-	-	4
	Matej Staňo	S1	SOPruské	0	-	-	-	-	2	-	4
66. - 67.	Dávid Gacko	S1	SOPruské	2	0	-	-	-	-	-	2
	Martin Kebisek	S1	SOPruské	0	-	1	-	-	-	-	2
68. - 72.	Juraj Vlašič	S2	GAEinBA	0	0	-	-	-	0	-	0
	Alexander Tichý	S1	SOPruské	0	-	-	-	-	-	-	0
	Lucia Podlucká	S3	SOPruské	0	-	-	-	-	-	-	0
	Denis Alexander Híreš	None	SOPruské	0	-	-	-	0	-	-	0
	Jakub Kebisek	S1	SOPruské	0	-	-	-	0	-	-	0

Názov STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2018 • Letný semester 42. ročníka (2017/2018)
Internet: `http://seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `https://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `info@strom.sk`

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk