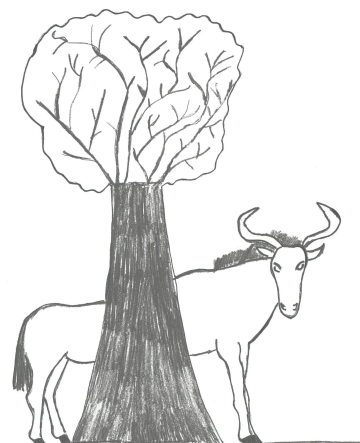




Čaute!

Zima – nezimná sa nám končí a leto – letná séria sa nám začína. Pomaly ale isto sa nám príroda zobúdzza a s ňou prichádzajú nové problémy. Aby ste sa nemuseli tomuto divadlu len nečinne prizerať, pripravili sme si aj pre vás nejaké tie záludnosti. Nemusíte sa ale báť, že by na vás však vyskočili nejaké pakone, tento neškodný fešák na vás bude len dozerať tak ako aj začiatkom školského roka. A aby toho nebolo málo, pripravili sme si pre vás aj nejaké infošky tuto nižšie a nejaké dobré rady v závere. Nezostáva už nič iné, iba zaželať vám veľa jarostí, teda radostí, a hor sa do rátania.

Navždy vaši **STROMáci**



TMM

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Táboře mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.

TMM sa bude konať 16. - 23. augusta v Penzióne pod Sitnom na Počúvadlianskom jazere a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie ako aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

Náboj

Nezadržateľne sa k nám blíži aj najväčšia tímová súťaž roku, ktorou je náš obľúbený Náboj. Tento rok sa uskutoční 13. 3. 2020. Súťažiť sa bude v mestách Bratislava, Košice, Praha, Opava, Pasov, Linec, Zürich, Krakov, Varšava, Vroclav, Białystok, Budapešť, Veszprém, Cambridge, Edinburgh, Konstanca a Novosibirsk, takže konkurencia bude naozaj veľká. Ak o súťaži veľa nevieš a chceš by ste sa so svojou školou zapojiť, prípadne získať nejaké ďalšie informácie, navštívte stránku <http://math.naboj.org/>. Detaily sa budú čoskoro posielat' aj do škôl. STROMáci sa na vás už tešia v Košiciach :)

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% (niektorí dokonca až 3%) zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám ako sme my.

Peniaze získané z 2% v STROME využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústrezeniach, ...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a kľudne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh nášho seminára a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispievajú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/>.

Radi vám zodpovieme ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj na e-mailovej adrese info@strom.sk. Ďakujeme!

Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. STROM je súťaž jednotlivcov a riadi sa organizačným poriadkom zaregistrovaným na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár STROM je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie (itakademia.sk). Pred tým ako odošleš prvé príklady (poštou, alebo elektronicky), je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci projektu, tak už máš konto na portáli registracia.itakademia.sk. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár STROM na tomto portáli.

Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára, a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učiteľia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Prihlásenie do semestra

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke seminar.strom.sk. Ak si novým riešiteľom, alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – odkaz **Aktualizovať profil** v sekcii **Správa účtu**. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s Tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny, ...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia, bez ohľadu na to, ako si ich poslal.

Prihláška (vyplnenie profilu) je **povinná pre všetkých riešiteľov**. Úlohy, ktoré sa nedajú priradiť k užívateľovi s korektno vyplneným profilom, **nebudú opravené**.

Ako písať riešenie

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeniach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete posilať poštou alebo cez našu webovú stránku, nie odovzdávať osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotené bodmi. Preto zvažte, či nenapíšete svoje riešenia na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Elektronické odovzdávanie je možné do uvedeného termínu cez nový webový portál na stránke seminar.strom.sk. Súbor s riešením odovzdáte jednoducho po prihlásení do svojho užívateľského účtu – tlačidlo **Odovzdať** pri konkrétnom príklade v sekcii **Príklady**. Úlohy odovzdávajte primárne vo formáte PDF, portál na vaše riziko zvládne aj konverziu z iných formátov ako je JPG, PNG, či DOC.

Jedine **v prípade technických problémov** na našej strane je možné poslať riešenia vo formáte PDF (riešenia v inom formáte nebudú akceptované) na e-mailovú adresu riesenia.strom@strom.sk.

Riešenie každej úlohy píšete na **samostatný papier formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás prostredníctvom komentárom k úlohám na našej stránke, cez e-mail strom@strom.sk alebo osobne.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

štvrtáci, oktáva:	všetky vyriešené úlohy
tretiaci, septima:	všetky vyriešené úlohy
druháci, sexta:	päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
prváci, kvinta a mladší:	päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Príklad použitia pravidiel

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Fero tiež získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov Jaro ($3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4$) + 2 = 20 bodov a Marcel ($3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4$) + 5 = 23 bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené doštyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú nasledovne, podľa dĺžky omeškania:

- do 24 h: 2/3 bodov zaokrúhlené nahor
- viac ako 24h a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlené nahor
- viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Varovanie !!!

Riešenie založené na využití výpočtovej techniky spravidla nebude ohodnotené vysokým počtom bodov. Hodnotené budú len tie časti riešenia, ktorých správnosť je možné overiť v primeranom čase.

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrená.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po korešpondenčných sériách danej časti ročníka. Sústredenia sa môžu zúčastniť aj úspešní riešitelia iných matematických súťaží organizovaných PF UPJŠ v Košiciach a Združením STROM, ak to kapacitné možnosti umožnia. Sústredenie je určené najmä pre študentov stredných škôl (a im príslušných ročníkov na osemročnom gymnáziu), mladší žiaci (tí, ktorí počas sústredenia nie sú stredoškôlkami) sú pozvaní ako náhradníci. Ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia STROMu, nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou.

Zadania úloh letného semestra 44. ročníka

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na seminar.strom.sk.

1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **30. 3. 2020**

1. Majme dotyčnicový štvoruholník $ABCD$ rozdelený uhlopriečkou AC na 2 trojuholníky. Dokážte, že kružnica vpísaná trojuholníku ABC sa dotkne úsečky AC v rovnakom bode ako kružnica vpísaná trojuholníku ADC .
2. Majme štvorcovú tabuľku s rozmermi $n \times n$. Každé políčko tabuľky je zafarbené červenou, zelenou alebo žltou farbou. Bez toho, aby sme videli tabuľku, si musíme tipnúť, či je v nej párnny alebo nepárnny počet červených políčok. Čo si máme tipnúť v závislosti od n , aby sme mali väčšiu šancu, že si tipneme správne? Vieme, že každé možné ofarbenie tabuľky je rovnako pravdepodobné.
3. Konvexný 2020-uholník má všetky svoje vrcholy v mrežových bodoch (teda majú celočíselné súradnice) a má celočíselné strany. Dokážte, že obvod tohto útvaru je párne číslo.
4. Medzi všetkými nezápornými číslami reprezentovanými vzťahom $36^k - 5^l$, kde k a l sú kladné celé čísla, nájdite najmenšie. Svoje tvrdenie dokážte.
5. V rovine je bod s celočíselnými súradnicami $[x, y]$, avšak tieto súradnice nepoznáme. Poznáme však hodnoty výrazov $x^2 + y$ a $y^2 + x$, pričom tieto hodnoty sú rôzne. Dokážte, že s týmito informáciami vieme jednoznačne určiť súradnice hľadaného bodu.
6. Majme k prepínačov v rade. Každý prepínač ukazuje hore, doprava, dole alebo doľava. Ak tri susedné prepínače ukazujú rôznymi smermi, prepneme všetky tri do štvrtého smeru. Ak by v jednom momente bolo viac takýchto trojíc, prepneme tú najviac naľavo. Ukážte, že sa proces zastaví.

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **27. 4. 2020**

1. Majme čísla od 1 do n . Pre každé n nájdite najväčšie k také, že naše čísla vieme rozdeliť do k skupín s rovnakým súčtom.
2. Majme rovnostranný trojuholník. Každá jeho strana je rozdelená na k rovnakých častí pomocou $k - 1$ bodov. Týmito bodmi vedme rovnobežky so zvyšnými dvoma stranami trojuholníka. Takto vznikne trojuholníková sieť zložená z k^2 menších trojuholníkových políčok. Nazvime reťaz takú sekvenciu políčok, že každé políčko je v nej zahrnuté maximálne raz a po sebe nasledujúce políčka majú spoločnú stranu. Aká je najdlhšia možná reťaz?
3. Každé z čísel a_1, a_2, \dots, a_n je rovné 1 alebo -1 a platí

$$a_1 a_2 a_3 a_4 + a_2 a_3 a_4 a_5 + a_3 a_4 a_5 a_6 + \dots + a_{n-1} a_n a_1 a_2 + a_n a_1 a_2 a_3 = 0$$

Dokážte, že n je deliteľné 4.

4. Je daný štvorsten $ABCD$. Po úsečke AB sa pohybuje bod X . Označme P päť výšky spustenej z bodu D na priamku CX . Určte množinu bodov P , ktoré vyhovujú zadaniu.
5. Nájdite najväčšie číslo p také, že je možné na šachovnicu 2019×2019 umiestniť p pešiakov a $p + 2019$ veží tak, aby sa žiadne dve veže neohrozovali. (Dve veže sa ohrozujú, ak sú v tom istom riadku alebo stĺpci a všetky políčka medzi nimi sú prázdne).
6. Nech ABC je ostrouhlý nerovnoramenný trojuholník, M je stred strany BC a AD je os uhla pri vrchole A , pričom D leží na strane BC . Kružnica opísaná trojuholníku ADM pretína AB v bode E a AC v bode F . Bod I je stred EF a MI pretína priamky AB v bode X a AC v bode Y . Dokážte, že AXY je rovnoramenný.

Mohlo by sa hodiť

Geometria

Veta o obvodovom a stredovom uhle: Majme oblúk AB na kružnici so stredom S . Uhol ASB sa nazýva stredový uhol k oblúku (nad tetivou) AB . Nech X je ľubovoľný bod na dlhšom oblúku AB , potom uhol AXB sa nazýva obvodový k oblúku (nad tetivou) AB a jeho veľkosť je rovnaká pre každú polohu bodu X , a to polovica veľkosti príslušného stredového uhla.

Tetivový štvoruholník: Tetivový štvoruholník je taký, ktorému sa dá opísať kružnica. Štvoruholník je tetivový práve vtedy, keď je súčet veľkostí jeho protifaľných vnútorných uhlov 180° .

Matematická indukcia

Ak sa snažíme niečo dokázať pre všetky prirodzené čísla počnúc niektorým, stačí nám ukázať platnosť nášho tvrdenia pre toto počiatočné číslo a potom ukázať platnosť tvrdenia: „Ak naše tvrdenie platí pre číslo n , potom platí aj pre číslo $n + 1$.“ Základná myšlienka takéhoto dôkazu sa často ukazuje na domine. Niekedy sa tieto kvádre stavajú do dlhého radu tak, aby každý pri svojom páde so sebou stiahol na zem aj svojho bezprostredného suseda. Potom na to, aby spadli všetky kocky, postačí zhodenie prvej z nich. Inak povedané, ak vieme, že n . kocka zapríčiniť pád $(n + 1)$., stačí nám zapríčiniť pád 1. kocky radu.

Dirichletov princíp

Majme n predmetov a m priehradok. Chceme poukladať predmety do priehradok tak, aby každý predmet bol v práve jednej priehradke. Dirichletov princíp je jednoduché tvrdenie, že ak je $n > m$ (predmetov viac ako priehradok), tak potom v aspoň jednej priehradke budú aspoň dva predmety (v silnejšej verzii vieme tvrdiť, že pri n priehradkach a aspoň $kn + 1$ predmetoch (pre prirodzené k) existuje priehradka s $k + 1$ predmetmi).

Polynómy

Polynóm alebo aj mnohočlen stupňa n je výraz v tvare $P(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, kde a_i sú dané konštanty a x je premenná. Číslo t sa nazýva koreň polynómu P , ak platí, že $P(t) = 0$, teda polynóm má v tomto bode hodnotu nula. V takom prípade výraz $(x - t)$ delí celý polynóm P , čiže platí $P(x) = (x - t) \cdot Q(x)$, kde Q je polynóm stupňa $n - 1$.

Názov: STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • Február 2019 • Letný semester 44. ročníka (2019/2020)

Web: seminar.strom.sk

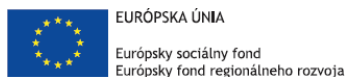
E-mail: strom@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Web: zdruzenie.strom.sk

E-mail: info@strom.sk

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje